Fakulteta za matematiko in fiziko

Univerza v Ljubljani

Modeliranje črnih lukenj z Bose-Einsteinovim kondenzatom

Seminar

Avtor
Matevž Jug

Mentor
dr. Peter Jeglič

3. maj 2020

Povzetek

V seminarju najprej opišem analogijo med gravitacijsko in akustično črno luknjo ter pojasnim nekaj pomembnih pripadajočih konceptov. Nato na kratko obdelam ključne lastnosti Bose-Einsteinovega kondenzata za tovrstno modeliranje. Za konec predstavim serijo eksperimentov, ki so pripeljali do zaznave zvočnega analoga Hawkingovemu sevanju.

Kazalo

1 Uvod

Črne luknje so telesa s tako visoko gostoto, da njihova ubežna hitrost presega hitrost svetlobe v vakuumu. To preprosto dejstvo jih naredi fizikalno izredno zanimive, saj povzroči prepletanje treh pomembnih teorij: splošne relativnosti, kvantne mehanike in termodinamike. Medtem ko vzbujajo veliko teoretične pozornosti vse od njihove napovedi leta 1913, pa črne luknje ostajajo eksperimentalno izmuzljive. Impresivna fotografija črne luknje v središču galaksije M87 je zahtevala tako rekoč najvišjo dosegljivo ločljivost na Zemlji [1], v Velikem hadronskem trkalniku pa napovedanih mikroskopskih črnih lukenj še niso zaznali [2].

Veliko zanimanja zato vzbujajo tudi analogni modeli gravitacije, s katerimi bi lahko vsaj del preučevanja teh nenavadnih objektov z observatorijev prenesli v laboratorije. Med njimi prednjači akustični model, ki ga je leta 1981 prvi obsežneje študiral Unruh [3]. Kot prikladna tekočina za izvedbo take akustične črne luknje (neme luknje) se izkaže Bose-Einsteinov kondenzat, eksotično stanje snovi, ki se obnaša kot makroskopska valovna funkcija.

2 Črna luknja

2.1 Akustična metrika

Osnovni princip zvočnega analoga črni luknji je preprost: premikajoča se tekočina za seboj vleče zvočne valove, ki se propagirajo skozi njo. Če se hitrost tekočine enakomerno povečuje – predstavljamo si lahko reko, ki se bliža slapu (slika 1) – zvočni valovi vedno teže nasprotujejo toku. Od točke, kjer hitrost tekočine preseže hitrost zvoka, je njihova edina možna pot po slapu navzdol. Tako se ustvari neke vrste akustično dogodkovno obzorje; zvok iz območja z nadzvočnim tokom nikakor ne more prodreti v podzvočno območje.

Analogija pa sega še globlje. Razdaljo ($\mathrm{d}s$) v ravnem prostoru-času določimo z metriko Minkowskega

$$\mathrm{d}s^2 = c_0^2 \mathrm{d}t^2 - \mathrm{d}r^2 - r^2 \mathrm{d}\Omega^2 \,, \tag{1}$$

kjer je c_0 hitrost svetlobe v vakuumu. V bližini masivnega telesa, na primer črne luknje, se prostor-čas ukrivi: uporabiti moramo bolj splošno Schwarzschildovo metriko

$$\mathrm{d}s^2 = \left(1 - \frac{r_s}{r}\right) c_0^2 \mathrm{d}t_s^2 - \left(1 - \frac{r_s}{r}\right)^{-1} \mathrm{d}r^2 - r^2 \mathrm{d}\Omega^2 \,.$$

Tu je $r_s = 2GM/c_0^2$ Schwarzschildov polmer – razdalja, pri kateri je ubežna hitrost iz bližine masivnega točkastega telesa enaka svetlobni hitrosti, t_s časovna koordinata, merjena v neskončnosti, M masa telesa v izhodišču, G pa gravitacijska konstanta. Z uvedbo nove časovne koordinate in nekaj matematičnimi operacijami [4] lahko metriko zapišemo tudi kot

$$\mathrm{d}s^2 = c_0^2 \mathrm{d}t^2 - \left(\mathrm{d}r + \sqrt{\frac{r_s}{r}} c_0 \mathrm{d}t\right)^2 - r^2 \mathrm{d}\Omega^2 \,,$$

to pa primerjamo s splošno metriko v enodimenzionalnem premikajočem se sredstvu

$$\mathrm{d}s^2 = c^2 \mathrm{d}t^2 - (\mathrm{d}x - V(x)\mathrm{d}t)^2 \tag{2}$$

(tu je c seveda hitrost zvoka v sredstvu), ki je le Galilejevo transformirana enačba (1). Vidimo lahko, da se v radialni smeri ($\mathrm{d}\Omega = 0$) prostor-čas obnaša kot običajna tekočina, ki teče proti središču s hitrostjo $V(r) = -c_0\sqrt{r_s/r}$. Z drugimi besedami, ubežno hitrost lahko v vsaki točki ponazorimo s hitrostjo tekočega sredstva na tistem mestu.

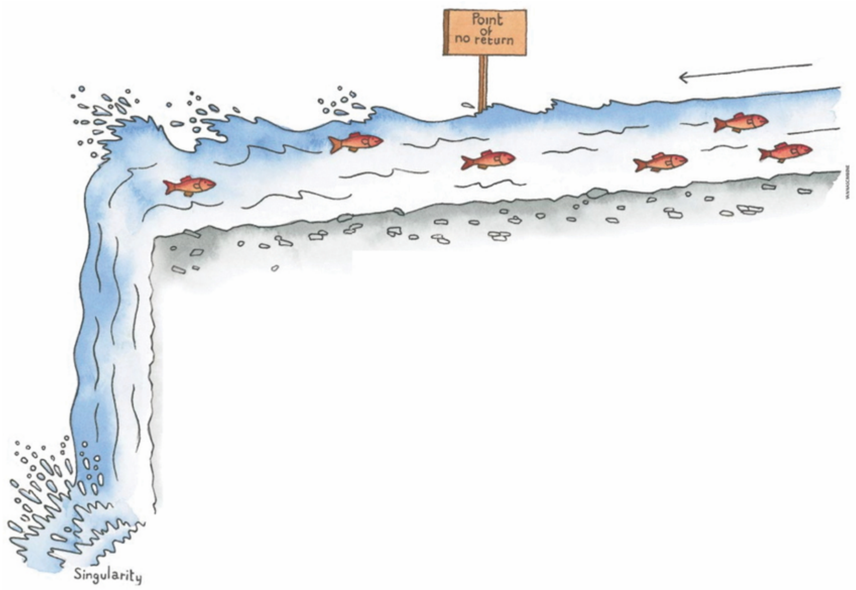
Za nadaljno obravnavo si izberimo 1+1 dimenzionalni koordinatni sistem, v katerem sredstvo teče v negativni smeri, torej v levo ($V < 0$). Metrika (2) nam za $\mathrm{d}s^2 = 0$ opiše gibanje zvočnih valov. Iz nje lahko izpeljemo posplošeni koordinati

$$u = t - \int \frac{\mathrm{d}x'}{c + V(x')} \qquad v = t + \int \frac{\mathrm{d}x'}{c - V(x')} \,, \tag{3}$$

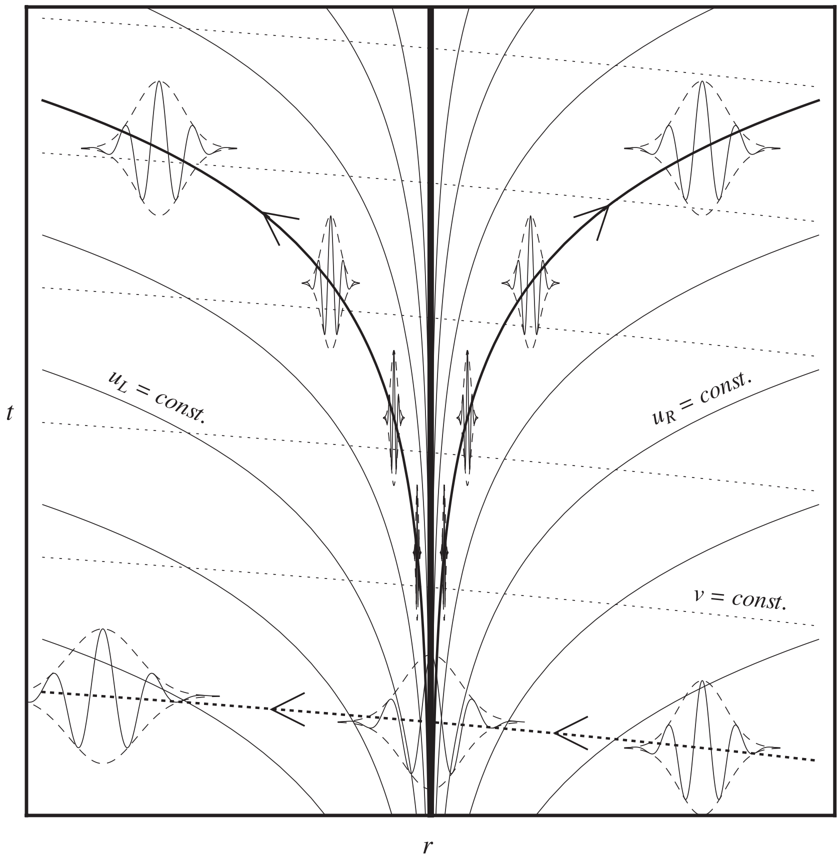
ki sledita valu, ki potuje s tokom, to je v lastnem sistemu levo (v), oziroma proti toku, v lastnem sistemu desno (u)[1]. Opazimo lahko, da na dogodkovnem obzorju ($V = -c$) koordinata u divergira, za še bolj negativne vrednosti pa njen krajevni del spremeni predznak; v laboratorijskem sistemu takrat tudi ta val potuje v levo.[2] Karakteristične črte, ki jih določata koordinati, so prikazane na sliki 2 [4].

[1]Bralec se morda spomni d'Alambertove rešitve valovne enačbe s kurza matematike ali matematične fizike.

[2]Če smo povsem korektni, to pomeni, da moramo namesto u definirati ločeni koordinati levo in desno od divergence.



Slika 1: Bolj plastično si lahko princip neme luknje predstavljamo z ribami namesto zvočnimi valovi. Daleč od slapa ribe nemoteno plavajo v obeh smereh, s tokom nekoliko laže, proti toku nekoliko teže. Bliže kot zaidejo slapu, več časa potrebujejo, da se od njega oddaljijo. Od neke točke blizu slapa naprej ribe ne uspejo več nasprotovati toku reke – ne glede na to v katero smer plavajo, jih sčasoma neizogibno odnese po slapu navzdol. (vir: [4])



Slika 2: Oblika koordinat u in v v bližini dogodkovnega obzorja, označenega z debelo sredinsko črto. Na vodoravni osi je krajevna koordinata (r, ki je ekvivalenten x iz besedila), čas pa teče navzgor. Vidimo lahko, da s tokom potujoče valovanje, ki se propagira po črtkanih črtah (koordinati v) obzorja ne čuti. Medtem se valovanje proti toku (polne črte, koordinata u) na obe strani le stežka ‚odlupi' od njega. Prikazano je dovolj majhno območje, da se V spreminja linearno, zato se koordinata v zdi ravna, u pa zrcalno simetrična. Z valovnimi paketi je shematsko ponazorjen tudi transplankovski problem, predstavljen v nadaljevanju. (vir: [4])

2.2 Hawkingovo sevanje

Podobno odmevna kot sam obstoj dogodkovnega obzorja je bila napoved Stephena Hawkinga, da črne luknje sevajo [5]. Heisenbergovo načelo nedoločenosti vakuumu ne dopusti, da bi bil popolnoma prazen, zato fluktuira. Iz lokalnih nihanj energije se tvorijo pari virtualnih delcev, med njimi fotoni, ki skoraj takoj drug drugega izničijo in za sabo ne pustijo ničesar. Če pa do fluktuacije pride ravno na dogodkovnem obzorju, se virtualna fotona ne uspeta anihilirati – eden pade v črno luknjo, drugi pa tako postane realen in odpotuje stran. Črna luknja na ta način seva s temperaturo, sorazmerno gravitacijskemu pospešku na obzorju g, oziroma

$$k_B T_H = \frac{\hbar g}{2\pi c_0} = \frac{\hbar c_0^3}{8\pi G M} \ . \tag{4}$$

Prav po konstantah, ki nastopajo v tej enačbi, se najlepše vidi unija treh velikih teorij, kot je bilo napovedano že v uvodu: splošne relativnosti (G), kvantne mehanike ($\hbar$) in termodinamike (k_B).

Takoj lahko izračunamo glavno težavo pri zaznavi Hawkingovega sevanja in s tem privlačnost prej omenjenih mikroskopskih črnih lukenj: Hawkingova temperatura črne luknje z maso Sonca bi znašala le $T_H = 60\,\mathrm{nK}$, kar je praktično nemerljivo v termični kopeli sevanja kozmičnega ozadja s temperaturo okoli $3\,\mathrm{K}$ [3]. Na drugi strani pa bi črna luknja z maso povprečnega fizika ($75\,\mathrm{kg}$), ob predpostavki, da so tako lahke črne luknje sploh mogoče, sevala z veliko bolj opaznimi $1.6 \times 10^{21}\,\mathrm{K}$.

Obstoj Hawkingovega sevanja odpre nekaj fundamentalnih vprašanj. Sevanje naj bi bilo termično, torej nekorelirano s tem, kar črna luknja vsrka. Če predpostavimo, da se količina informacije v vesolju ohranja, to pomeni, da vsa informacija o snovi, ki je padla v luknjo, v njej tudi ostane. Po drugi strani iz ohranitve energije sledi, da črna luknja preko sevanja izgublja na masi, iz česar lahko upravičeno sklepamo, da je bo v nekem trenutku ‚zmanjkalo'[3]. Kaj se v tem primeru zgodi z nakopičeno informacijo ostaja odprto vprašanje, imenovano informacijski paradoks. Nekoliko bolj formalno: zdi se, da razvoj valovne funkcije, ki pade v črno luknjo, najpozneje v trenutku, ko ta izhlapi, ni unitaren [6].

Druga težava, nerešljiva s trenutnim znanjem, pa je tako imenovan transplankovski problem. Svetloba pri oddaljevanju od črne luknje doživi eksponentni rdeči premik. To po eni strani pomeni, da se kakršnokoli sevanje, ki ga odda snov, padajoča v črno luknjo, na razmeroma kratki razdalji raztegne do nezaznavno velikih valovnih dolžin; luknja je v tem pogledu torej zares črna [5]. Po drugi strani pa je enak premik moralo doživeti tudi Hawkingovo sevanje, ki je imelo torej na začetku svoje poti izjemno visoke frekvence. Povedano drugače, če sevanju sledimo po času nazaj, se njegova valovna dolžina eksponentno zmanjšuje in, ker dogodkovnega obzorja ne more nikoli doseči (slika 2), na neki točki zagotovo preseže Planckovo dolžino $\ell_P = \sqrt{\hbar G / c_0^3}$.

V zvočnem analogu teh težav ni. Prvega problema očitno ne moremo prevesti, saj tekočina, in z njo informacija, vendarle mora nekam odtekati, za razrešitev drugega pa poskrbi mikroskopska narava tekočine, zaradi katere pri visokih frekvencah pride do disperzijskih efektov. To zadnje namiguje, da pri pravi črni luknji prihaja do nečesa podobnega, konkreten odgovor pa bo seveda dala šele kvantna teorija gravitacije [3, 4].

2.2.1 V modelskih sistemih

Poglejmo si Hawkingovo sevanje z vidika analognih sistemov nekoliko podrobneje. Analogni gravitacijski pospešek na dogodkovnem obzorju lahko definiramo z gradientom hitrosti zvoka v laboratorijskem sistemu; v eni dimenziji torej kot

$$g = c\,\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\,(V + c) \ . \tag{5}$$

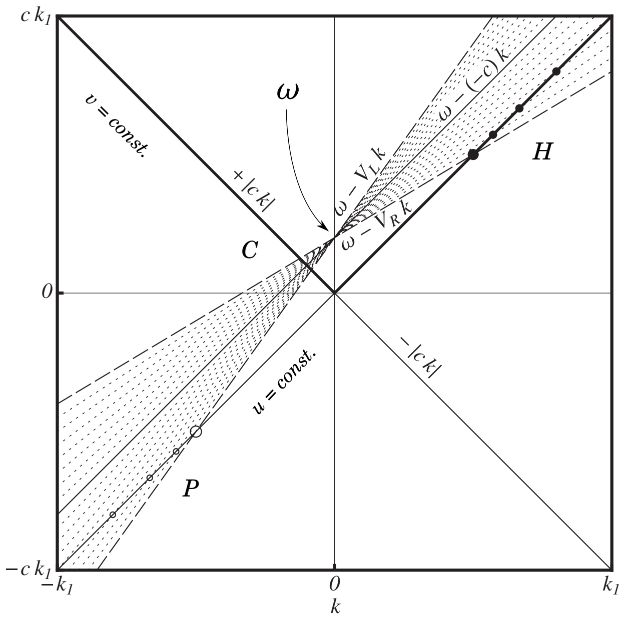
To vstavimo v (4) in dobimo izraz za Hawkingovo temperaturo fononov

$$k_B T_H = \frac{\hbar g}{2\pi c} = \frac{\hbar}{2\pi}\left(\frac{c}{n}\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}x} + \frac{\mathrm{d}c}{\mathrm{d}x}\right) \ , \tag{6}$$

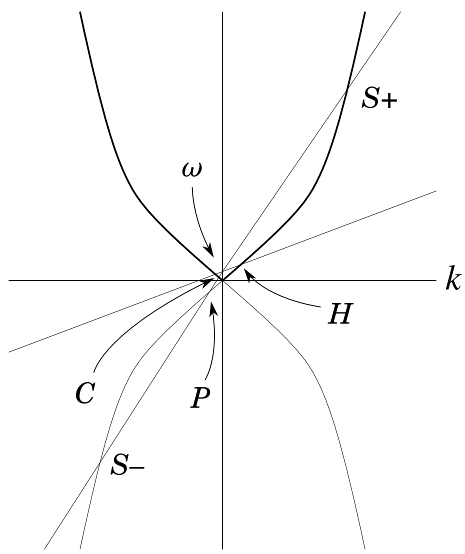
kjer smo v zadnjem koraku gradient hitrosti izrazili raje z gradientom številske gostote gradnikov tekočine (n) in si enačbo tako že sedaj pripravili za eksperiment (poglavje 4). Predpostavili smo stacionaren tok na obzorju, torej $nV = \text{konst.}$, in upoštevali hitrost tekočine na tem mestu $V = -c$ [7]. Tu smo dovolili, da se c spreminja s krajem, saj bomo v nadaljevanju videli, da v primeru Bose-Einsteinovega kondenzata tega ne moremo zanemariti (glej na primer sliko 4b).

Prvi približek disperzijske relacije vsakega analognega sistema je seveda linearna disperzija. Laboratorijska frekvenca ω se ohranja, zato se v lastnem sistemu premikajočega sredstva premakne po Dopplerju,

[3] Za astronomske črne luknje je ocenjena življenjska doba sicer mnogo večja od trenutne starosti vesolja [5].



(a) Linearna disperzija. Prikazano je spreminjanje hitrosti sredstva med neko podzvočno (V_R) in neko nadzvočno vrednostjo (V_L). Vidimo lahko, kako valovni vektor veje u (H) pri prehodu dogodkovnega obzorja ($V = -c$) divergira in spremeni predznak (P). Z valovnim vektorjem veje v (C) se medtem ne zgodi nič posebnega. Odebeljeni del diagonalnih premic označuje načine s pozitivno energijo. (prirejeno po: [4])



(b) Superluminalna disperzija za podzvočno in nadzvočno vrednost V. Označene so sledeče rešitve: H je način Hawkingovega sevanja, P je njegov partnerski način, $S+$ in $S-$ sta superluminalna načina s pozitivno oziroma negativno normo, C pa način, potujoč s tokom. Primerjaj s sliko 3a. (prirejeno po: [8])

Slika 3: Grafično ponazorjeni enačbi linearne (7) in superluminalne disperzije (8) v lastnem sistemu. Premice z začetno vrednostjo ω predstavljajo levo, krivulje, ki gredo skozi izhodišče, pa desno stran enačb. Presečišča so rešitve disperzijske zveze.

kar nam da disperzijo oblike

$$(\omega - Vk)^2 = c^2 k^2 \,. \tag{7}$$

Za obe veji rešitev (3), to je valovanj s hitrostjo $\pm c$, to disperzijsko zvezo prikazuje slika 3a. Obnašanje valovnih vektorjev obeh vej je povsem analogno obnašanju koordinat samih. Z večanjem hitrosti sredstva (V), se valovni vektor (k) veje u, pripadajoč določeni frekvenci v laboratorijskem sistemu (ω), povečuje. Za $V = -c$ divergira (to je omenjeni transplankovski problem), nato pa postane negativen – valovanje se začne v laboratorijskem sistemu gibati v drugo smer. Ker v lastnem sistemu njegova hitrost (c) še vedno kaže v isto, pozitivno smer, mu definiramo negativno frekvenco (v lastnem sistemu).

Ta preprost matematični trik ima tudi globlji pomen. Če pojem negativne frekvence po $\hbar\omega = E$ razširimo na pojem negativne energije, lahko tako neposredno pojasnimo ohranitev energije pri nastanku Hawkingovega sevanja. Iz začetnega stanja pri $E = 0$ nastane par fononov z enako magnitudo energije; tisti zunaj dogodkovnega obzorja (v podzvočnem območju) ima pozitivno, tisti znotraj (v nadzvočnem) pa negativno – celotna energija je tako še vedno 0. Ta pogled je smiseln tudi za gravitacijske črne luknje: na račun fotona z negativno energijo, ki pade v luknjo, se tej zmanjša masa.

Da bi bolje opisali dogajanje v modelu, disperzijsko relacijo modificiramo s popravkom višjega reda, pri čemer želimo ohraniti njeno sodost

$$(\omega - Vk)^2 = c^2 \left(k^2 + k^4/k_0^2\right) \,. \tag{8}$$

Ker smo člen prišteli, smo dobili superluminalno disperzijo, saj za velike k grupna hitrost preseže fazno (ekvivalentno bi lahko vzeli tudi subluminalno disperzijo). V naslednjem poglavju bomo videli, da taka zveza natanko ustreza disperziji Bose-Einsteinovega kondenzata. Iz relacije lahko razberemo, lepše pa se to vidi na grafu 3b, da imamo sedaj pri vsaki vrednosti V vsaj dve rešitvi; divergence ni več. Pri podzvočni hitrosti tekočine dani laboratorijski frekvenci še vedno ustrezata dva valovna vektorja – en za vsako smer propagacije, v nadzvočnem območju (znotraj neme luknje) za dovolj nizko frekvenco pa kar štiri. P ustreza partnerskemu valovanju Hawkingovega sevanja izven črne luknje H, C ustreza s tokom potujočemu valu (edinemu na veji v), najbolj zanimivi pa sta ostali rešitvi, označeni $S+$ in $S-$, katerih grupna hitrost je večja od hitrosti tekočine (disperzija je strmejša od premice $\omega + |V|\,k$). To pomeni, da pripadajoča fonona znotraj neme luknje potujeta proti obzorju [8].

2.2.2 Črnolukenjski laser

V doslej obravnavani postavitvi načina S nimata veliko smisla, saj nimata od kje priti. Situacija pa se dramatično spremeni, če znotraj akustične črne luknje obstaja še notranje obzorje, do katerega se hitrost tekočine zniža nazaj na hitrosti zvoka[4]. Predstavljajmo si partnerski fonon (P), ki je nastal skupaj s Hawkingovim fononom zaradi fluktuacije in potuje proti notranjemu obzorju. Zaradi manjšanja hitrosti tekočine doživlja modri premik (glej sliko 3b); njegova rešitev disperzijske zveze se vedno bolj približuje rešitvama $S+$ in $S-$. Vse dokler na neki točki ne pride do ‚pretvorbe načinov', rešitev preide izboklino disperzijske relacije, partnerski način se odbije od notranjega obzorja ter kot superluminalna načina S začne potovati nazaj proti zunanjemu obzorju. Tam se zgodba ponovi, $S+$ in $S-$ se upočasnita in pretvorita v H in P. Prvi zapusti črno luknjo kot Hawkingovo sevanje, drugemu pa se zaradi ohranitve energije poveča amplituda v primerjavi s prejšnjim ciklom za konstanten faktor. Tako dobimo samoojačevalen Hawkingov efekt z eksponentno naraščajočo amplitudo; ker so izsevani fononi med seboj koherentni, pojav imenujemo tudi črnolukenjski laser. Velja pa poudariti, da se ta ne smatra kot pravo Hawkingovo sevanje, saj ne temelji na principu stalnih naključnih kvantnih fluktuacij [3, 8, 9].

3 Bose-Einsteinov kondenzat

3.1 Osnove

Bozoni so delci s celoštevilskim spinom. Zanje ne velja Paulijevo izključitveno načelo, kar pomeni, da je lahko več delcev v istem, najnižjem, kvantnem stanju. Če njihova de Broglieva valovna dolžina (λ_B) postane primerljiva z meddelčno razdaljo, se meja med posameznimi delci zabriše; z drugimi besedami, množica delcev se začne obnašati kot makroskopska valovna funkcija. Temu pojavu pravimo Bose-Einsteinova kondenzacija. Ker je λ_B odvisna od gibalne količine (p), kondenzirajo le izredno počasni bozoni, torej le močno ohlajen bozonski plin, ki pa mora biti hkrati dovolj redek, da se pri tako nizkih temperaturah ne utekočini. Preko

$$\lambda_B = \frac{h}{p} = \sqrt{\frac{2\pi\hbar}{mk_BT}}\,,$$

kjer je m masa posameznega delca, lahko za dano številsko gostoto (ki določa značilno razdaljo med delci) ocenimo kritično temperaturo, pod katero plin preide v Bose-Einsteinov kondenzat. V poskusih se največkrat uporabljajo plini alkalijskih kovin z $n \approx 1 \times 10^{14}\,\mathrm{cm}^{-3}$, čemur ustrezajo kritične temperature okoli µK [10, 11].

Pri hlajenju in manipulaciji Bose-Einsteinovega kondenzata se uporablja kombinacija laserskih snopov in magnetnih polj. Če na atom posvetimo z laserjem prave valovne dolžine, vpadne fotone absorbira, zaradi ohranitve gibalne količine pa zato čuti konstantno silo v smeri žarka. Pri prehodu iz vzbujenega stanja fotone sicer emitira, a ker je njihova smer naključna, v povprečju ne povzročajo sile na atom. Preko Zeemanovega pojava lahko z magnetnim poljem nadziramo razdaljo med energijskimi nivoji atomov v kondenzatu, s tem pa jakost sile žarka na različnih mestih. S pravilno obliko magnetnega polja je tako moč ustvariti skorajda poljuben potencial.

3.2 Ključne lastnosti

Propagacijo fononov v Bose-Einsteinovem kondenzatu opisuje disperzijska relacija Bogoljubova

$$\omega^2 = \frac{\kappa n}{m}k^2 + \frac{\hbar^2}{4m^2}k^4\,, \tag{9}$$

kjer je κ jakost interakcije med delci v kondenzatu [12]. Zvezo lahko preoblikujemo v

$$\omega^2 = \frac{\kappa n}{m}k^2\left(1 + \frac{\hbar k c}{4\kappa n}\cdot\frac{\hbar k}{mc}\right)$$

in vidimo, da je v limiti nizkih valovnih števil ($\hbar k \ll mc$), kjer je tudi c končen (to potrjuje originalna relacija), hitrost zvoka v kondenzatu enaka

$$c = \sqrt{\frac{\kappa n}{m}}\,. \tag{10}$$

[4]Pri astronomskih črnih luknjah bi bilo to morda mogoče, če bi imela luknja vrtilno količino ali naboj [8].

Izkaže se, da je ta hitrost – v primerjavi z bolj običajnimi tekočinami – izredno majhna, le okoli 1 mm/s [13]. Na drugi strani se za vzbuditve z veliko gibalno količino ($p = \hbar k \gg mc$) disperzijska zveza poenostavi v

$$\hbar\omega = \frac{p^2}{2m}\sqrt{1 + \frac{4m\kappa n}{p^2}} \approx \frac{p^2}{2m}\left(1 + \frac{2m\kappa n}{p^2}\right) = \frac{p^2}{2m} + \kappa n\,,$$

kar je disperzija prostega delca, z dodanim členom zaradi interakcije. Prehod med režimoma označuje tako imenovana koherenčna dolžina[5] (ξ), ki je definirana preko

$$\kappa n = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m\xi^2}$$

in je torej enaka

$$\xi = \frac{\hbar}{\sqrt{2}mc}\,.$$

Ker se valovnim paketom oblika ohranja le pri linearni disperziji, je koherenčna dolžina tako spodnja meja za valovno dolžino valovanj, ki se še obnašajo kot fononi, torej koherentno[6]. To dejstvo ponuja tudi drugačen pogled: koherenčna dolžina je razdalja, znotraj katere se kondenzat poskuša čim bolj zravnati. Eksperimentalno to pomeni, da lahko dosežemo efektivno enodimenzionalni Bose-Einsteinov kondenzat, če je prečna dimenzija krajša od ξ. Pri modeliranju črnih lukenj tako preprečimo nastanek vrtincev, ki jih v pravem prostoru-času seveda ne pričakujemo.

Prednost kondenzata pred ostalimi modelskimi sistemi je tudi v njegovi izredno nizki temperaturi. Vseeno pa je ta le istega velikostnega reda kot pričakovana Hawkingova temperatura (6) pri eksperimentalno dosegljivih gradientih, zato bi bilo neposredno merjenje toka fononov tudi tu nerodno. Boljši princip zaznave Hawkingovega sevanja temelji na dejstvu, da je vsak izsevan fonon močno koreliran s svojim partnerskim fononom na drugi strani obzorja, saj sta nastala v istem trenutku in imata enako laboratorijsko frekvenco. Za fonone z dovolj dolgo valovno dolžino bi se na korelacijskem vzorcu gostotne porazdelitve same s seboj tako morala opaziti ustrezna proga [3] (za primer takega vzorca glej sliko 7a).

Če povzamemo, Bose-Einsteinov kondenzat je primeren modelski sistem za zaznavo Hawkingovega sevanja zaradi naslednjh dejavnikov:

- kvantna narava, ki je pogoj za kvantne fluktuacije, te pa so gonilo Hawkingovega sevanja
- razmeroma preprosta manipulacija z magnetnimi polji
- nizka hitrost zvoka olajšuje doseganje nadzvočnih hitrosti in s tem tvorbe dogodkovnega obzorja
- pričakovana temperatura Hawkingovega sevanja ni občutno nižja od temperature sredstva
- koherentni režim omogoča korelacijske meritve

4 Eksperimenti

V nadaljevanju bom predstavil nekaj poskusov z akustičnimi črnimi luknjami v Bose-Einsteinovem kondenzatu, ki jih je v letih 2010 — 2019 opravil Jeff Steinhauer s sodelavci.

4.1 Realizacija zvočne črne luknje

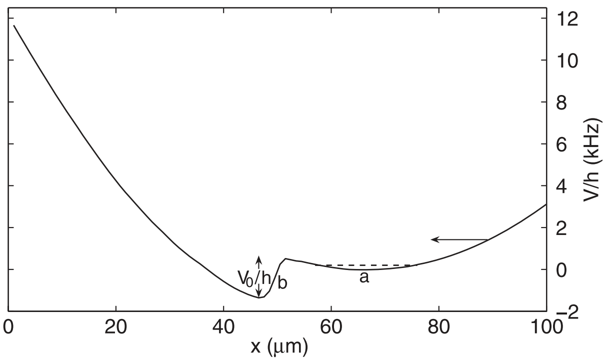
Leto 2010 zaznamuje prvo realizacijo enodimenzionalne neme luknje v Bose-Einsteinovem kondenzatu [13]. S prirejenim laserskim snopom so ustvarili stopničast potencial, nato pa s premikanjem harmonskega potenciala, v katerem je bil ujet kondenzat 10^5 rubidijevih atomov, le-tega ‚prelili' čez stopnico (slika 4a). Z absorpcijskim slikanjem [11], to je s slikanjem sence kondenzata, so določili (številsko) gostotno porazdelitev ob različnih časih med prelivanjem, s čimer so aproksimirali njen časovni odvod. Ta je bil na mestu stopnice, torej v bližini dogodkovnega obzorja, dovolj blizu 0, da bi bila upravičena tudi predpostavka o konstantnem toku v izpeljavi enačbe (6). Porazdelitev gostote so povprečili v prečni smeri in preko (10) izračunali hitrost zvoka c, z upoštevanjem kontinuitetne enačbe v eni dimenziji pa hitrostni profil kondenzata V:

$$\frac{\partial}{\partial x}(nV) = -\frac{\partial n}{\partial t}$$

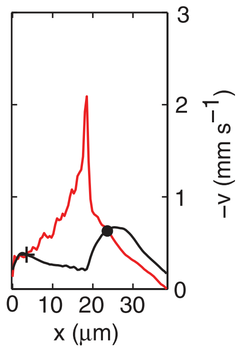
[5] V angleški literaturi se uporablja izraz ‚healing length', v izogib zamenjavi s koherenčno dolžino v optiki.
[6] Koherenca tu pomeni ohranjanje oblike skozi čas, enako kot pri koherentnem stanju harmonskega oscilatorja.

$$V = -\frac{1}{n}\int_0^x \frac{\partial n}{\partial t}\,\mathrm{d}x' \ .$$

Izkazalo se je, da je na nekem mestu V dosegel hitrost okoli 2 mm/s, s tem pa kar desetkrat presegel c (slika 4b).



(a) Profil vsote obeh potencialov, harmonskega in stopnice. Z vodoravno puščico je označeno premikanje prvega, s črtkano črto pa kemijski potencial kondenzata.

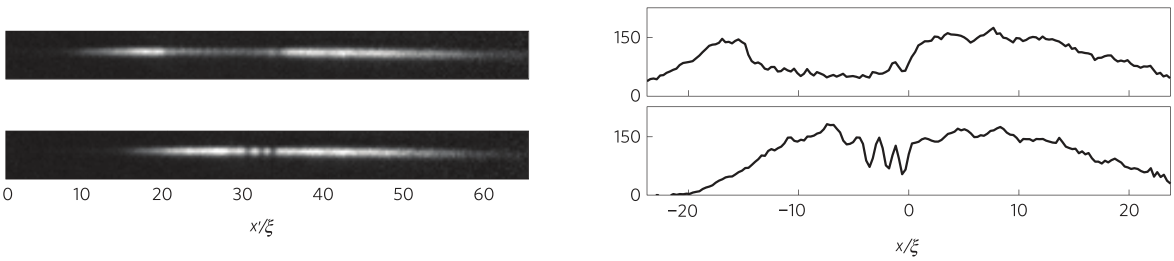


(b) Hitrost kondenzata (rdeče) in hitrost zvoka v kondenzatu (črno). S piko je označeno dogodkovno obzorje.

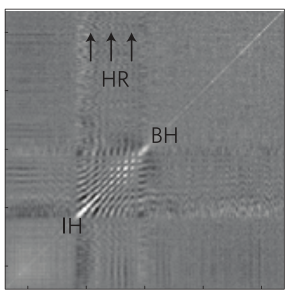
Slika 4: Profil potenciala in obeh hitrosti pri prvem eksperimentu. (vir: [13])

4.2 Samoojačevalno Hawkingovo sevanje

Nekje na pol poti do zaznave Hawkingovega sevanja v kondenzatu stoji laserski efekt, predstavljen v 2.2.2. Steinhauerju[7] ga je uspelo doseči leta 2014 [14]. Dogodkovno obzorje je ustvaril po enakem principu kot prej, le da je tu fizično premikal potencialno stopnico in ne potenciala pasti. Slednji je za ‚slapom' na razmeroma kratki razdalji ponovno narastel in tako ustvaril potrebno notranje obzorje. V skladu z napovedjo se je med obzorjema pojavilo stoječe valovanje z eksponentno naraščajočo amplitudo (slika 5), korelacijski vzorec gostotne porazdelitve kondenzata s samo seboj (slika 6) pa je razkril tudi korelirano valovanje, izhajajoče iz neme luknje.



Slika 5: Absorpcijska slika kondenzata in pripadajoč integriran vzdolžni profil gostote za dve dolžini nadzvočnega območja. Pri krajši je lepo viden interferenčni vzorec. (vir: [14])



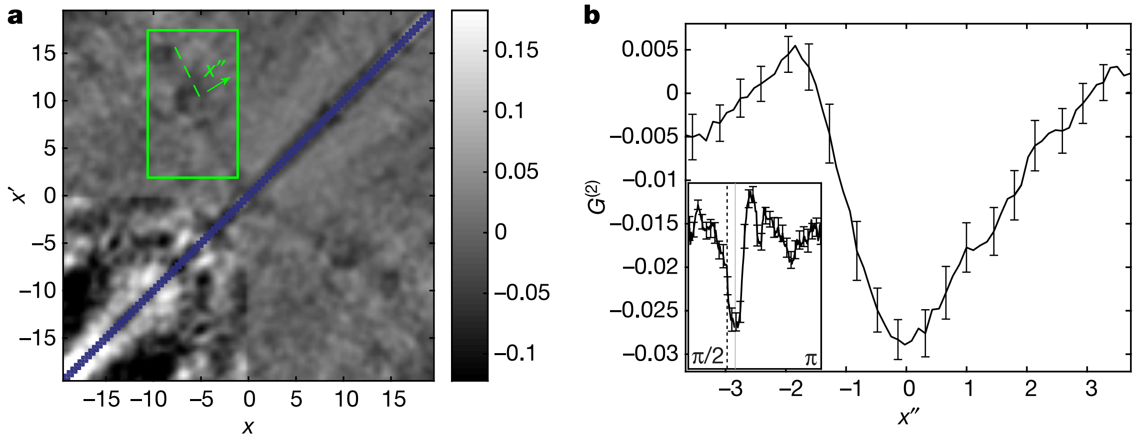
Slika 6: Korelacijski vzorec gostotne porazdelitve kondenzata same s seboj. Označeni sta dogodkovno (BH) in notranje (IH) obzorje ter lasersko Hawkingovo sevanje (HR). (vir: [14])

[7] brez sodelavcev

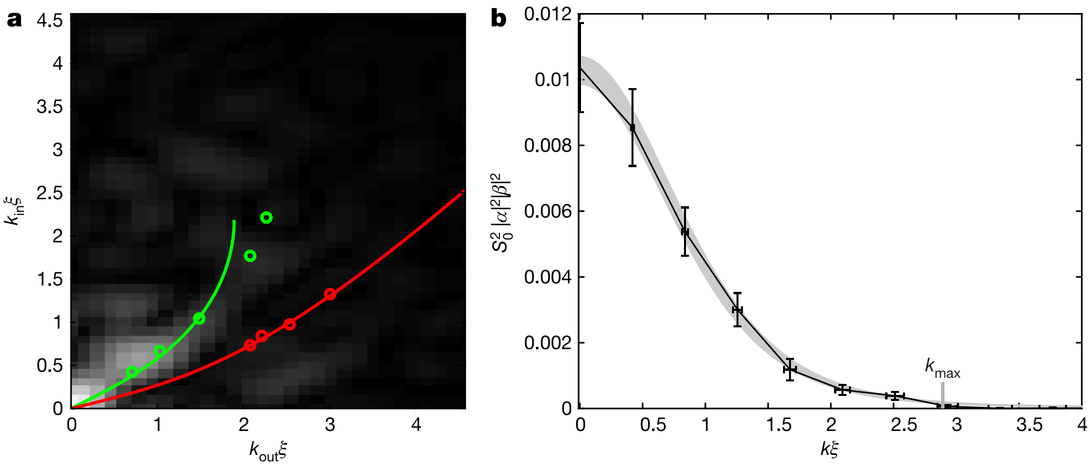
4.3 Termično Hawkingovo sevanje

Leta 2016 je sledilo opaženje pravega, torej spontanega, Hawkingovega sevanja, v 2019 pa mu je bila dokazana tudi termičnost [7, 15]. V korelacijskem vzorcu (slika 7a) so opazili temnejšo progo, ki je posledica korelacije med fononi izven in v nemi luknji. Ta je bolj očitna, če vzorec pointegriramo v radialni oziroma prečni smeri (slika 7b). S Fourierovo transformacijo tega prečnega profila so dobili korelacijski spekter, ki je značilen za Planckovo porazdelitev in linearno disperzijo (slika 8b, črno).

Z nihanjem stopničastega potenciala so vzbujali valovanje pri različnih frekvencah in tako določili disperzijsko relacijo za vse tri načine, prikazane na sliki 3a: Hawkingovega zunaj luknje, in pa partnerskega ter s tokom potujočega načina v notranjosti. Korelirano disperzijo so primerjali s Fourierovo transformacijo korelacijskega vzorca (slika 8a) in dokazali, da je Hawkingov način koreliran le s partnerskim, ne pa tudi s tokom potujočim načinom; opaženo sevanje ni vzbujano od zunaj, temveč spontano, torej res Hawkingovo. Z uporabo disperzijske relacije, prilagojene na izmerke, in Hawkingove temperature, izračunane iz gostotne porazdelitve po (6), so dobili korelacijski spekter, tega pa primerjali s prej izmerjenim (slika 8b). Ker je ploščina pod spektrom sorazmerna s Hawkingovo temperaturo na tretjo potenco, so tako ocenili izmerjeno T_H, ki je bila od izračunane (0.351 nK) manjša za 15%.



Slika 7: (a) Korelacijski vzorec gostotne porazdelitve kondenzata same s seboj. Znotraj zelenega pravokotnika lahko vidimo temno progo korelacije načinov H in P. S puščico je označena smer integracije za sliko (b). (b) Profil korelacijske proge v označeni smeri oziroma (vstavljeno) njen kotni profil. (vir: [7])



Slika 8: (a) Korelacijski vzorec v k-prostoru, dobljen s Fourierovo transformacijo znotraj zelenega pravokotnika iz slike 7a. Z rdečo je označena pričakovana korelacija med Hawkingovim in s tokom potujočim načinom (meritve in prilagojena funkcija), z zeleno pa med Hawkingovim in partnerskim načinom. (b) Korelacijski spekter, dobljen s Fourierovo transformacijo grafa 7b (črno) in izračunan iz lastnosti kondenzata (sivo). (vir: [7])

5 Zaključek

Zvočni analog Hawkingovemu sevanju je merljivo eksperimentalno dejstvo. Ostaja pa vprašanje, koliko ugotovitev lahko z nemih lukenj prevedemo na prave, gravitacijske črne luknje. Rešitev transplankovskega paradoksa z nelinearno disperzijo zagotovo namiguje, v katero smer bi se v nastajajočih teorijah kvantne gravitacije splačalo razmišljati. Po drugi strani pa v primeru črne luknje z notranjim obzorjem napoveduje nadsvetlobno gibanje med obzorjema. Podobno se dokazana termičnost sevanja sicer sklada s Hawkingovo izpeljavo, a pomeni, da se odgovor na informacijski paradoks skriva v fiziki, ki je z akustičnim modelom ne zajamemo.

Žal pa se merjenje pravega Hawkingovega sevanja trenutno tudi teoretično ne zdi izvedljivo. Njegova pričakovana temperatura je namreč za nekaj velikostnih redov nižja od temperature sevanja kozmičnega ozadja. Zaznavo akustičnega Hawkingovega sevanja je omogočilo dejstvo, da lahko v nemo luknjo brez težav vidimo, medtem ko v črno luknjo seveda ne moremo. Analogni sistemi, z Bose-Einsteinovim kondenzatom na čelu, tako s trenutnim znanjem ostajajo edini možen način raziskovanja termodinamike črnih lukenj.

Literatura

[1] EHT, *Press Release (April 10, 2019): Astronomers Capture First Image of a Black Hole*, `https://eventhorizontelescope.org/press-release-april-10-2019-astronomers-capture-first-image-black-hole`, [pridobljeno 8. 4. 2020], 2019.

[2] G. Brumfiel, "No black holes, but extra time at LHC", Nature **468**, 876–876 (2010).

[3] L. S. Barceló C. in V. M., "Analogue Gravity", Living Rev. Relativ. (2011).

[4] S. J. Robertson, "The theory of Hawking radiation in laboratory analogues", J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. (2012).

[5] R. Parentani in P. Spindel, *Hawking radiation*, (2011) `http://www.scholarpedia.org/article/Hawking_radiation`.

[6] Wikipedia contributors, *Black hole information paradox — Wikipedia, The Free Encyclopedia*, `https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Black_hole_information_paradox&oldid=949340887`, [pridobljeno 8. 4. 2020], 2020.

[7] de Nova et. al., "Observation of thermal Hawking radiation and its temperature in an analogue black hole", Nature (2019).

[8] S. Corley in T. Jacobson, "Black hole lasers", Physical Review D **59** (1999).

[9] U. Leonhardt in T. G. Philbin, *Black Hole Lasers Revisited*, 2008.

[10] T. Cvetko, "Simulacija Bose-Einsteinovih kondenzatov", Matrika (2019).

[11] T. Mežnaršič, "Lasersko hlajenje cezijevih atomov", Magistrsko delo (FMF, 2016).

[12] Y. Yamamoto, *Bose-Einstein Condensation and Matter-Wave Lasers, Chapter 4: Bogoliubov theory of the weakly interacting Bose gas.*

[13] L. et. al., "Realization of a Sonic Black Hole Analog in a Bose-Einstein Condensate", Physical Review Letters (2010).

[14] J. Steinahuer, "Observation of self-amplifying Hawking radiation in an analogue black-hole laser", Nature Physics (2014).

[15] J. Steinahuer, "Observation of quantum Hawking radiation and its entanglement in an analogue black hole", Nature Physics (2016).