UNIVERZA V LJUBLJANI FAKULTETA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO ODDELEK ZA FIZIKO FIZIKA II. STOPNJA, RAČUNALNIŠKA FIZIKA

Nejc Rosenstein

ZEEMANOV UPOČASNJEVALNIK CEZIJEVIH ATOMOV

Magistrsko delo

MENTOR: izr. prof. dr. Rok Žitko SOMENTOR: dr. Peter Jeglič

Ljubljana, 2018

Univerza v Ljubljani Fakulteta za matematiko in fiziko

Izjava o avtorstvu, istovetnosti tiskane in elektronske verzije magistrskega dela in objavi osebnih podatkov študenta

Spodaj podpisani študent Nejc Rosenstein, avtor **magistrskega dela** (v nadaljevanju: pisnega zaključnega dela študija) z naslovom: Zeemanov upočasnjevalnik cezijevih atomov, katerega mentor in somentor sta izr. prof. dr. Rok Žitko in dr. Peter Jeglič

IZJAVLJAM

- 1. Obkrožite eno od variant a) ali b)
 - a) da sem pisno zaključno delo študija izdelal samostojno;
 - b) da je pisno zaključno delo študija rezultat lastnega dela več kandidatov in izpolnjuje pogoje, ki jih Statut UL določa za skupna zaključna dela študija ter je v zahtevanem deležu rezultat mojega samostojnega dela;
- 2. da je tiskana oblika pisnega zaključnega dela študija istovetna elektronski obliki pisnega zaključnega dela študija;
- 3. da sem pridobil vsa potrebna dovoljenja za uporabo podatkov in avtorskih del v pisnem zaključnem delu študija in jih v pisnem zaključnem delu študija jasno označil;
- 4. da sem pri pripravi pisnega zaključnega dela študija ravnal v skladu z etičnimi načeli in, kjer je to potrebno, za raziskavo pridobil soglasje etične komisije;
- 5. da soglašam, da se elektronska oblika pisnega zaključnega dela študija uporabi za preverjanje podobnosti vsebine z drugimi deli s programsko opremo za preverjanje podobnosti vsebine, ki je povezana s študijskim informacijskim sistemom fakultete;
- 6. da na UL neodplačno, neizključno, prostorsko in časovno neomejeno prenašam pravico shranitve avtorskega dela v elektronski obliki, pravico reproduciranja ter pravico dajanja pisnega zaključnega dela študija na voljo javnosti na svetovnem spletu preko Repozitorija UL;
- 7. da dovoljujem objavo svojih osebnih podatkov, ki so navedeni v pisnem zaključnem delu študija in tej izjavi, skupaj z objavo pisnega zaključnega dela študija.

Kraj: Ljubljana

Podpis študenta:

Datum: 5. 6. 2018

Zahvala

Za vso pridobljeno znanje, pomoč pri delu in prijetno druženje v laboratoriju se zahvaljujem svojima mentorjema, izr. prof. dr. Roku Žitku in dr. Petru Jegliču, ter dr. Eriku Zupaniču, Nejcu Janši, Pavlu Kosu in Tadeju Mežnaršiču. Velika zahvala pa gre tudi družini, Vesni ter prijateljem za vso podporo in razumevanje v času študija.

Povzetek

V magistrskem delu opišem eksperimentalni sistem za lasersko hlajenje cezijevih atomov, ki smo ga postavili v Laboratoriju za hladne atome na Institutu Jožef Stefan. Glavni poudarek je na Zeemanovem upočasnjevalniku, ki ga uporabljamo za upočasnitev curka atomov. Predstavljene so teoretične osnove, na podlagi katerih sem naredil njegov načrt, ter postopek izdelave. Primernost narejenega izdelka za uporabo v eksperimentu ovrednotim s simulacijo Monte Carlo upočasnjevanja atomov. V delo vključim tudi meritve, ki smo jih naredili ob prvih preizkusih laserskega hlajenja. Upočasnjevalnik omogoči lovljenje atomov v magneto-optični pasti, v kateri jih nato ohladimo do temperature okoli 1 mK. Končni cilj je ohladitev do nekaj nK. Tu se omejim na opis delov eksperimenta, na katerih smo delali vzporedno z razvojem upočasnjevalnika in ki so neposredno povezani z njegovim delovanjem.

Ključne besede: cezij, ultravisok vakuum, atomski curek, lasersko hlajenje, Zeemanov upočasnjevalnik, magneto-optična past, hladni atomi **PACS:** 32.60.+i, 37.10.De, 37.20.+j

Abstract

In this thesis I describe the experimental setup for laser cooling and trapping of cesium atoms which was developed in the Cold Atoms Laboratory at the Jožef Stefan Institute. I put a special focus on the device which slows down the atomic beam – the Zeeman slower. Its development is described in detail as well as the necessary theoretical background. The suitability of the constructed Zeeman slower is evaluated with the Monte Carlo simulation of the beam slowing process. The description is rounded up with the measurements that were made during the early tests of our laser cooling apparatus. Our Zeeman slower produces a beam of slow atoms which travels towards the magneto-optical trap, where the atoms are cooled down to the temperature around 1 mK. Long-term goal is to achieve the temperatures around few nK, but the entire path towards that goal is not presented in this work. Instead, the description of the experiment is limited only to the components that were developed simultaneously with the Zeeman slower and which are closely related to it.

Keywords: cesium, ultrahigh vacuum, atomic beam, laser cooling, Zeeman slower, magneto-optical trap, cold atoms **PACS:** 32.60.+i, 37.10.De, 37.20.+j

Kazalo

Seznam slik					
Se	eznan	n tabe	1	15	
1	Uvo	od		17	
2	Teo	rija		19	
	2.1	Intera	kcija atomov s svetlobo	19	
		2.1.1	Sipanje svetlobe na atomih	20	
		2.1.2	Absorpcija svetlobe	21	
	2.2	Cezije	v atom	22	
3	Opi	s eksp	erimenta	25	
	3.1	Vakuu	mski sistem	25	
	3.2	Atoms	ski curek	26	
		3.2.1	Hitrostna porazdelitev v curku	28	
	3.3	Zeema	nov upočasnjevalnik	29	
		3.3.1	Princip upočasnjevanja	29	
		3.3.2	Magnetno polje	30	
		3.3.3	Simulacija Monte Carlo	31	
		3.3.4	Hitrost atomov v upočasnjevalniku	33	
		3.3.5	Načrt upočasnjevalnika	33	
		3.3.6	Izdelava tuljave	35	
		3.3.7	Izhajanje atomov iz upočasnjevalnika	36	
		3.3.8	Razpršenost curka atomov	37	
		3.3.9	Upočasnjevalnik σ^-	39	
	3.4	Magne	eto-optična past	40	
		3.4.1	Kompenzacijska kletka	42	
	3.5	Optiči	ni sistem	43	
		3.5.1	Saturacijska absorpcijska spektroskopija	43	
		3.5.2	Modulacijska prenosna spektroskopija	45	
		3.5.3	Spreminjanje laserske frekvence	46	
		3.5.4	Črpalni žarek	47	
		3.5.5	Parametri laserskih žarkov	47	
4	Mei	ritve		49	
	4.1	Detek	cija atomskega curka	49	
	4.2	Merity	ve hitrostne porazdelitve atomov	50	
	4.3	Delova	anje Zeemanovega upočasnjevalnika	53	

	4.4	Lovljenje atomov v MOT-u	 	55
5	Zak	ljuček		57
Li	terat	ura		59

Seznam slik

2.1	Spontana in stimulirana emisija	19
2.2	Numerične rešitve Blochovih enačb	21
2.3	Prehod D_2 v cezijevem atomu $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	23
3.1	Eksperimentalna postavitev	26
3.2	Načrt šobe	27
3.3	Mehanizem laserskega hlajenja	29
3.4	Histogram hitrosti atomov	32
3.5	Hitrostna porazdelitev upočasnjenih atomov	33
3.6	Shema upočasnjevalnika	34
3.7	Polje upočasnjevalnika	35
3.8	Meritve magnetnega polja	36
3.9	Izhajanje atomov iz upočasnjevalnika	38
3.10	Vzdolžni prerez atomskega curka	39
3.11	Magneto-optična past	40
3.12	Polje kvadrupolne tuljave	41
3.13	Kompenzacijska kletka	42
3.14	Saturacijska absorpcijska spektroskopija	44
3.15	Primerjava spektroskopskih tehnik	44
3.16	Spektroskopija s prenosom modulacije	46
3.17	Dvojni prehod skozi akusto-optični modulator	46
3.18	Oblika upočasnjevalnega žarka	48
4.1	Smeri obsevanja pri meritvah	49
4.2	Fluorescenca atomskega curka	50
4.3	Vezje za odštevanje ozadja	51
4.4	Porazdelitev hitrosti v curku	52
4.5	Alternativna umeritev merilnega sistema	53
4.6	Upočasnjevanje pri različnih poljih	54
4.7	Upočasnjevanje pri različnih močeh laserja	54
4.8	Absorpcijsko slikanje atomov v pasti	56
4.9	Število atomov v pasti	56

Seznam tabel

2.1	Lastnosti prehoda D_2	24
3.1	Mere Zeemanovega upočasnjevalnika	34
4.1	Meritve temperature v pečici	52

Poglavje 1 Uvod

Napredek na področju laserskega hlajenja atomov v zadnjih dveh desetletjih 20. stoletja je pomagal pri razvoju eksperimentalnih tehnik, kot so atomske ure in laserske pincete, ter privedel do dosežkov, med katerimi še posebej izstopa prva priprava Bose-Einsteinovega kondenzata v letu 1995. Načini hlajenja, ki so bili razviti v tem obdobju, so aktualni še danes, hladni atomi pa so v novem tisočletju postali uporabno orodje za preučevanje raznih fizikalnih pojavov.

Prvi poskus laserskega hlajenja atomskega plina je bil izveden na magnezijevih ionih, ki so bili ujeti v Penningovi pasti[1]. V elektromagnetnih pasteh je možno ujeti vroč ionski plin, nevtralnih atomov pa s tipično laboratorijsko opremo ne moremo upočasniti na enako kratkih razdaljah[2]. Ta problem sta prva rešila Hal Metcalf in William Phillips, ki sta leta 1982 upočasnila curek atomov natrija s kombinacijo laserja in magnetnega polja, ki je pozneje postala znana kot Zeemanov upočasnjevalnik[3]. William Phillips je za ta dosežek postal eden izmed prejemnikov Nobelove nagrade za fiziko v letu 1997, Zeemanov upočasnjevalnik pa danes sodi med najbolj uporabljane načine upočasnjevanja curkov atomov[4].

Lasersko hlajenje nevtralnih atomov do temperature prehoda v Bose-Einsteinov kondenzat (BEC) poteka v več korakih. Najprej je treba pridobiti curek plina atomov in ga zatem upočasniti do dovolj nizke hitrosti, da se atomi ujamejo v magnetooptično past (MOT). Past lovi in obenem hladi atome; tipična temperatura atomov, ki jo dosežemo v tem postopku, je nižja od 1 mK. Ko je hlajenje v pasti končano, se na mestu MOT ustvari optična melasa, v kateri se atomi še dodatno ohladijo. Eden izmed možnih naslednjih korakov je evaporativno hlajenje, ki zniža temperaturo oblaka atomov pod mejo faznega prehoda v BEC. Prva poskusa z BEC-om sta bila izvedena na atomih rubidija in natrija, zatem pa so sledili še ostali alkalijski in nekateri drugi elementi.

V novem tisočletju so se raziskave s hladnimi atomi delno preusmerile k njihovi uporabi na drugih raziskovalnih področjih. Velik del atomov v kondenzatu zaseda isto kvantno stanje, zato lahko z njimi simuliramo fizikalne pojave, ki vključujejo veliko število enakih delcev. Hladne atome se da ujeti v periodičnih potencialih, ki jih ustvarijo laserski žarki, paroma usmerjeni drug proti drugemu. Na tako ujetih atomih se nato izvajajo simulacije pojavov v kristalnih mrežah[5]. Med bolj znane tovrstne eksperimente sodijo študije Hubbardovega modela, v sklopu katerih so s hladnimi atomi ustvarili Mottov izolator[6]. Z lasersko svetlobo je mogoče na hladne nevtralne atome delovati s silo, ki je analogna sili na nabit delec v elektromagnetnem polju[7]. Ustvarjanje takšnih t. i. sintetičnih polj še dodatno obogati simulacije pojavov s področja fizike trdne snovi; med dosežki na tem področju velja izpostaviti simulacijo spinskega Hallovega pojava s hladnimi atomi[8].

V magistrskem delu opišem eksperimentalni sistem za lasersko hlajenje cezijevih atomov, ki se je začel postavljati leta 2012 v Laboratoriju za hladne atome na Institutu Jožef Stefan. Pri opisu se omejim na dele sistema, ki so bili postavljeni v obdobju 2013–2015, v katerem sem sodeloval z laboratorijem. To obdobje je zaznamovala postavitev magneto-optične pasti, ki je predstavljala prelomnico v razvoju eksperimenta. Dolgoročen cilj, ki je bil dosežen pozneje, pa je bila realizacija Bose-Einsteinovega kondenzata[9]. V drugem poglavju na kratko povzamem osnove interakcije atoma s svetlobo ter na kratko opišem cezijev atom. Tretje poglavje vsebuje opis eksperimentalne postavitve s poudarkom na načrtovanju in analizi delovanja Zeemanovega upočasnjevalnika. V četrtem poglavju se posvetim meritvam, s katerimi smo ovrednotili delovanje upočasnjevalnika in njegov vpliv na populacijo oblaka ohlajenih atomov.

Poglavje 2

Teorija

2.1 Interakcija atomov s svetlobo

Albert Einstein je leta 1917[10] izpeljal enačbe za opis zasedenosti energijskih nivojev v atomih, ki so izpostavljeni elektromagnetnemu valovanju. Atomi, ki jih obravnavamo v dvonivojskem približku, imajo osnovno stanje z energijo E_1 in vzbujeno stanje z energijo $E_2 > E_1$. Frekvenco prehoda med stanjema označimo z $\omega_0 = (E_2 - E_1)/\hbar$. Atomi so izpostavljeni svetlobi s širokim frekvenčnim spektrom z gostoto energije $\rho(\omega)$, zaradi tipično ozkih spektralnih črt pa se pretežen del interakcij z valovanjem odvije pri frekvenci svetlobe $\omega \approx \omega_0$ [11]. Če se v osnovnem stanju nahaja N_1 atomov, lahko spreminjanje števila atomov v vzbujenem stanju N_2 opišemo z enačbo:

$$\frac{\mathrm{d}N_2}{\mathrm{d}t} = \rho(\omega_0)(B_{12}N_1 - B_{21}N_2) - A_{21}N_2.$$
(2.1)

V njej nastopajo Einsteinovi koeficienti B_{12} , B_{21} in A_{21} , ki so odvisni od lastnosti atoma. Enačba zajema tri načine prehajanja med energijskimi stanji. Atom prejema in oddaja energijo z absorpcijo in stimulirano emisijo. Slednjo sproži interakcija med atomom v vzbujenem stanju in fotonom. Foton, ki je izsevan ob stimulirani emisiji, ima enako frekvenco in smer kot foton, ki jo je sprožil (slika 2.1). Populacija atomov v vzbujenem stanju se obenem zmanjšuje tudi zaradi spontane emisije, ob kateri atom izseva foton v naključni smeri. V odsotnosti svetlobe zasedenost vzbujenega stanja zato upada eksponentno s časovno konstanto $\tau = 1/A_{21}$.



Slika 2.1: Od leve proti desni: absorpcija, spontana emisija in stimulirana emisija.

2.1.1 Sipanje svetlobe na atomih

Dvonivojski sistem lahko opišemo z linearno kombinacijo valovnih funkcij obeh energijskih nivojev. Valovni funkciji imata obliko

$$\Psi_j(\mathbf{r},t) = \psi_j(\mathbf{r})e^{-iE_jt/\hbar}, \quad j \in \{1,2\},$$
(2.2)

v njuni linearni kombinaciji pa nastopata še časovno odvisna koeficienta c_1 in c_2 :

$$\Psi(\mathbf{r},t) = c_1(t)\Psi_1(\mathbf{r},t) + c_2(t)\Psi_2(\mathbf{r},t).$$
(2.3)

Interakcijo atoma z električnim poljem s frekvenco ω in amplitudo E_0 opiše Schrödingerjeva enačba[11]

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \left(H_0 + e\mathbf{r} \cdot \mathbf{E}_0 \cos(\omega t)\right)\Psi, \qquad (2.4)$$

v kateri nastopata Hamiltonov operator nezmotenega dvonivojskega sistema H_0 ter časovno odvisna motnja, ki predstavlja energijo električnega dipola $e\mathbf{r}$ v električnem polju $\mathbf{E}_0 \cos(\omega t)$. Če uporabimo približek atoma z enim elektronom, predstavlja oznaka \mathbf{r} v zgornji enačbi elektronov relativen položaj glede na težišče atoma. Zasedenost energijskih stanj se spreminja periodično z Rabijevo frekvenco[11],

$$\Omega = \frac{e}{\hbar} \int \psi_1^*(r) \,\mathbf{r} \cdot \mathbf{E}_0 \,\psi_2(r) \,\mathrm{d}^3 r, \qquad (2.5)$$

to nihanje pa opiše absorpcijo in stimulirano emisijo. Pri opisu zasedenosti energijskih nivojev bomo uporabili koeficiente gostotne matrike dvonivojskega sistema

$$|\Psi\rangle \langle \Psi| = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1^* & c_2^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |c_1|^2 & c_1 c_2^* \\ c_1^* c_2 & |c_2|^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{pmatrix}, \quad (2.6)$$

ki jo sestavljata zasedenosti osnovnega in vzbujenega stanja ρ_{11} in ρ_{22} ter koherenci $\rho_{12} = (\rho_{21})^*$. Skupna zasedenost se s časom ohranja, $\rho_{11} + \rho_{22} = 1$. Spontano emisijo lahko v opis dvonivojskega sistema vpeljemo tako, da rešimo enačbo (2.4) in s tem izračunamo, kako se koeficienti gostotne matrike spreminjajo skozi čas. V dobljene enačbe nato dodamo razpadanje vzbujenega stanja z razpadno konstanto $\Gamma = 1/\tau$ [11]. Spontana emisija ne vpliva le na populaciji ampak tudi na koherenci, ki zaradi lastnosti gostotne matrike pojemata s polovično razpadno konstanto $\Gamma/2$. S tem dobimo t. i. optične Blochove enačbe[4][11]:

$$\frac{d\rho_{11}}{dt} = \Gamma \rho_{22} + \frac{i}{2} \left(\Omega^* \tilde{\rho}_{21} - \Omega \tilde{\rho}_{12} \right),$$

$$\frac{d\rho_{22}}{dt} = -\Gamma \rho_{22} + \frac{i}{2} \left(\Omega \tilde{\rho}_{12} - \Omega^* \tilde{\rho}_{21} \right),$$

$$\frac{d\tilde{\rho}_{12}}{dt} = -\left(\frac{\Gamma}{2} + i\delta\right) \tilde{\rho}_{12} + \frac{i}{2} \Omega^* \left(\rho_{22} - \rho_{11}\right),$$

$$\frac{d\tilde{\rho}_{21}}{dt} = -\left(\frac{\Gamma}{2} - i\delta\right) \tilde{\rho}_{21} - \frac{i}{2} \Omega \left(\rho_{22} - \rho_{11}\right).$$
(2.7)

V enačbah nastopata transformirani koherenci $\tilde{\rho}_{12} = (\tilde{\rho}_{21})^* = \rho_{12} \exp(-i\delta t)$ in neuglašenost $\delta = \omega - \omega_0$, ki predstavlja razliko med frekvenco svetlobe in frekvenco prehoda ω_0 . Enačbe so veljavne le, če imajo trki med atomi zanemarljiv vpliv[4]. To v našem eksperimentu tudi zares drži, kar pokažemo v poglavju 3.2.1. Numerične rešitve sistema Blochovih enačb so prikazane na sliki 2.2. Pri parametrih, ki so značilni za upočasnjevanje atomskih curkov, se ob času $t \gg \tau$ vzpostavi ravnovesje med zasedenostima obeh stanj. Ker so v eksperimentu atomi izpostavljeni svetlobi dolgo časa, nas zanimajo le ravnovesne rešitve:

$$\frac{\mathrm{d}\rho_{11}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\rho_{22}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\tilde{\rho}_{12}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\tilde{\rho}_{21}}{\mathrm{d}t} = 0.$$
(2.8)

Ko rešimo sistem Blochovih enačb pri pogoju (2.8), dobimo izraz za ravnovesno zasedenost vzbujenega stanja:

$$\rho_{22} = \frac{s_0/2}{1 + s_0 + (2\delta/\Gamma)^2}, \qquad s_0 = \frac{2\Omega^2}{\Gamma^2}.$$
(2.9)

Zasedenost ρ_{22} nam pove, kolikšen delež atomov se nahaja v vzbujenem stanju. Če jo pomnožimo z razpadno konstanto vzbujenega stanja, dobimo verjetnost za spontano emisijo fotona na časovno enoto:

$$R_{sip} = \Gamma \rho_{22}. \tag{2.10}$$

Ker se zaradi ravnovesnega pogoja (2.8) zasedenost vzbujenega stanja ohranja, je R_{sip} obenem enaka verjetnosti za sipanje vpadne svetlobe na časovno enoto[4]. K temu rezultatu se bomo vrnili v poglavju 3.3.1, v katerem bomo ocenili pojemanje hitrosti atomov med upočasnjevanjem. V limiti močnega polja, $s_0 \to \infty$, se zasedenosti obeh stanj izenačita. V tem primeru je sipanje svetlobe najmočnejše in R_{sip} doseže največjo možno vrednost $R_{max} = \Gamma/2$. Verjetnosti za sipanje na časovno enoto pri različnih frekvencah in pri različnih močeh laserja so prikazane na sliki 2.2.



Slika 2.2: Leva slika prikazuje rešitve sistema Blochovih enačb. Če v model atoma ne vključimo spontane emisije, $\Gamma = 0$, populacija enakomerno niha z Rabijevo frekvenco. Spontana emisija duši nihanje in zasedenosti se s časom ustalijo. Neuglašenost frekvence zmanjša amplitudo nihanja populacij. Desna slika prikazuje verjetnosti za sipanje na časovno enoto.

2.1.2 Absorpcija svetlobe

Če z laserskim žarkom posvetimo v plin atomov, njegova intenziteta pojema z globino zaradi absorpcije. Stimulirano izsevani fotoni delno zmanjšajo to pojemanje (slika 2.1) in zato je spreminjanje intenzitete I z globino z odvisno od številskih gostot atomov v osnovnem in v vzbujenem stanju, n_1 in $n_2[11]$:

$$\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}z} = -(n_1(z) - n_2(z))\sigma(\omega)I(\omega) = \kappa(\omega)I(\omega).$$
(2.11)

V enačbi nastopa presek za absorpcijo $\sigma(\omega)$, ki ga bomo izračunali pozneje. V ravnovesju se dovajanje energije atomom, ki ga opiše zgornja enačba, uravnoteži z izgubami zaradi stimulirane emisije. Razlika med močjo absorpcije in stimulirane emisije na enoto prostornine je enaka moči spontane emisije na prostorninsko enoto, ki jo izračunamo tako, da energijo fotona $\hbar\omega$ pomnožimo z razpadno konstanto Γ in s številsko gostoto populacije vzbujenega stanja n_2 :

$$(n_1 - n_2)\sigma(\omega)I(\omega) = n_2\Gamma\hbar\omega.$$
(2.12)

Iz zgornje enačbe in iz enačbe (2.9) lahko izračunamo presek za absorpcijo:

$$\sigma(\omega) = \frac{\Gamma \hbar \omega}{I} \frac{\Omega^2 / 4}{(\omega - \omega_0)^2 + \Gamma^2 / 4}.$$
(2.13)

Iz enačbe (2.12) lahko izrazimo razliko med številskima gostotama atomov v obeh stanjih. Če številsko gostoto vseh atomov označimo z $n = n_1 + n_2$, dobimo:

$$n_1 - n_2 = \frac{n}{1 + I/I_s(\omega)}, \quad I_s = \frac{\hbar\omega\Gamma}{2\sigma(\omega)}.$$
(2.14)

Presek za absorpcijo doseže največjo vrednost, ko je frekvenca svetlobe enaka frekvenci prehoda, $\omega = \omega_0$. V tem primeru nam zgornja enačba poda t. i. saturacijsko intenziteto, $I_{sat} \equiv I_s(\omega_0)$, ki je izpeljana v [11]:

$$I_{sat} = \frac{\pi}{3} \frac{hc}{\lambda^3 \tau} = I \frac{\Gamma^2}{2\Omega^2}.$$
(2.15)

Iz naštetih enačb izpeljemo izraz za koeficient absorpcije κ , ki smo ga definirali v enačbi (2.11):

$$\kappa(\omega, I) = n\sigma(\omega_0) \frac{\Gamma^2/4}{(\omega - \omega_0)^2 + \Gamma^2(1 + I/I_{sat})/4}.$$
(2.16)

Koeficient κ pada z naraščanjem intenzitete žarka, absorpcijska črta pa se obenem širi. Širjenje absorpcijske črte zaradi moči svetlobe vpliva na postopek za nastavljanje frekvence laserja, ki je opisan v poglavju 3.5.1.

2.2 Cezijev atom

V cezijevem atomu sta zaradi sklopitve spin-tir možna dva prehoda med osnovnim in prvim vzbujenim stanjem. Vrtilno količino valenčnega elektrona **J** sestavljata tirna in spinska vrtilna količina, $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$, tirno in spinsko kvantno število osnovnega stanja cezijevega atoma pa sta L = 0 ter S = 1/2. Kvantno število skupne vrtilne količine se podreja izbirnemu pravilu $|L - S| \leq J \leq L + S$, iz katerega razberemo, da se spektralna črta prehoda v prvo vzbujeno stanje $L = 0 \rightarrow L = 1$ razdeli na dva dela, saj sta v vzbujenem stanju možni dve različni vrednosti spinskega kvantnega števila. Ta prehoda tvorita t. i. fino strukturo in iz zgodovinskih razlogov ju imenujemo D_1 in D_2 :

$$6^2 S_{1/2} \to 6^2 P_{1/2}$$
 (prehod D₁),
 $6^2 S_{1/2} \to 6^2 P_{3/2}$ (prehod D₂). (2.17)

Na strukturo prehodov vpliva tudi magnetni moment jedra. Skupno vrtilno količino atoma \mathbf{F} zato dobimo tako, da vrtilni količini valenčnega elektrona prištejemo vrtilno količino jedra \mathbf{I} :

$$\mathbf{F} = \mathbf{J} + \mathbf{I}.\tag{2.18}$$

Jedro cezijevega atoma ima spin I = 7/2. Iz izbirnega pravila $|J - I| \le F \le J + I$ sledi, da je vzbujeno stanje prehoda D_1 razcepljeno na dve stanji, prehod D_2 pa ima štiri možna vzbujena energijska stanja. Za lasersko hlajenje so primerni zaprti prehodi, pri katerih izključitvena pravila prepovedujejo prehajanje med več kot dvema energijskima nivojema. Takšne prehode vsebuje le črta D_2 . Njena hiperfina struktura je prikazana na sliki 2.3, nekatere pomembne fizikalne količine, povezane z D_2 , pa so navedene v tabeli 2.1.



Slika 2.3: Hiperfina struktura D_2 prehoda cezijevega atoma. Rdeča puščica označuje zaprt prehod $F = 4 \rightarrow F' = 5$; pomen tega prehoda za naš eksperiment opišemo v naslednjem poglavju. Diagram je povzet po viru [12].

Količina	Simbol	Vrednost
Valovna dolžina prehoda	λ	$852,\!3\mathrm{nm}$
Valovno število pri frekvenci prehoda	$k/2\pi$	$1,\!17\mu\mathrm{m}^{-1}$
Energija prehoda	$\hbar\omega$	$1,\!45\mathrm{eV}$
Naravna širina spektralne črte	Γ	$2\pi \times 5,2 \mathrm{MHz}$
Življenjski čas vzbujenega stanja	τ	$30,5\mathrm{ns}$

Tabela 2.1: Lastnosti prehoda D_2 . Vrednosti so zaokrožene in povzete po viru [12].

Poglavje 3 Opis eksperimenta

Eksperimenti na hladnih atomih potekajo v natančno kontroliranih razmerah. Izvedljivi so le v ultravisokem vakuumu, zato moramo postaviti zatesnjen sistem, v katerem lahko dosežemo in vzdržujemo primerno nizek tlak. V postopku ohlajanja se zvrsti več različnih tehnik hlajenja, ki jih ne moremo izvajati brez dobro delujočega optičnega sistema za uklepanje frekvenc laserskih žarkov. Izdelati moramo tudi tuljave, ki ustvarijo magnetna polja, ki v kombinaciji z lasersko svetlobo omogočijo hlajenje atomov. Pomemben izziv je nadzorovanje eksperimenta, ki ni zahtevno le zaradi velikega števila parametrov, ampak tudi zaradi potreb po spreminjanju parametrov na zelo kratkih časovnih skalah. Pri delu v laboratoriju je zato nepogrešljiv kontrolni sistem, ki omogoča avtomatizirano hlajenje atomov od sobne temperature do nekaj nanokelvinov.

V tem poglavju opišem delovanje sistema, s katerim smo ustvarili prvo magnetooptično past v Laboratoriju za hladne atome. V času opravljanja meritev za magistrsko delo smo eksperiment izvajali brez kontrolnega sistema, saj je bil ta še v izdelavi, zato ga v tem delu ne bom opisal.

3.1 Vakuumski sistem

Eksperimentalni sistem Laboratorija za hladne atome je podoben sistemu, s katerim je bil ustvarjen prvi cezijev Bose-Einsteinov kondenzat[13], ter na njem temelječemu sistemu za ustvarjanje hladnih cezijevih molekul[14]. Sistem vakuumskih elementov je postavljen na optični mizi, vzdolž katere si po vrsti sledijo atomska pečica, enota za diferencialno črpanje, Zeemanov upočasnjevalnik, eksperimentalna komora ter še ena črpalna postaja (slika 3.1). Laserska svetloba lahko vstopi v notranjost sistema skozi okna, ki so nameščena na eksperimentalni komori ter na oktagonalnem elementu za izhodom iz pečice. Dve dodatni okni se nahajata na začetku pečice ter v bližini izhoda iz eksperimentalne komore.

V sistemu vzdržujemo ultravisok vakuum (UHV). Tipičen tlak, ki predstavlja zgornjo mejo za UHV, je 10^{-8} mbar[16], zaželjen tlak v notranjosti eksperimentalne komore pri izvajanju eksperimenta pa je 10^{-10} mbar. Z nizkim tlakom preprečimo, da bi atomi iz okolice izbijali ohlajene atome iz oblaka v središču pasti. Obenem se izognemo tudi segrevanju hladnih atomov zaradi konvekcije. To je vse, kar moramo narediti, da so atomi dobro toplotno izolirani. Vakuumski elementi imajo namreč sobno temperaturo, spekter toplotnega sevanja pa pri tej temperaturi doseže vrh pri veliko večjih valovnih dolžinah, kot jih srečamo pri prehodih med energijskimi stanji

cezijevega atoma. Toplotno sevanje iz okolice ima torej zanemarljiv vpliv na oblake hladnih atomov, ki se v eksperimentu nahajajo več centimetrov stran od najbližje notranje površine[16].

Črpanje zagotavljamo z več tipi črpalk. V bližini atomske pečice ter eksperimentalne komore sta nameščena ventila, na katera priklopimo črpalko Pfeiffer Vacuum HiCube80, ki vsebuje oljno predčrpalko ter turbomolekularno črpalko. Vklopimo jo po posegih v notranjost sistema in z njo zmanjšamo tlak od sobnih razmer do 10^{-7} mbar. Med njenim delovanjem preostale črpalke izklopimo, saj bi jih zaradi prevelike količine plina v sistemu lahko preobremenili in poškodovali. Med črpanjem v tem tlačnem območju ponavadi izvedemo tudi večdnevno pregrevanje sistema pri 100° C in s tem pospešimo desorpcijo plinov s površin v notranjosti.

Ko tlak doseže 10⁻⁷ mbar, vklopimo dve ionski črpalki Varian Vacion plus 40 StarCell pri izhodu iz pečice ter ionsko črpalko Varian Vacion plus 75 StarCell pri eksperimentalni komori. Za dodatno črpanje skrbi titanova sublimacijska črpalka Titanium Sublimation Pumps (TSP) Filament 2. Ko dosežemo ciljni tlak v UHV področju, turbomolekularno črpalko izklopimo in odstranimo. Za vzdrževanje tlaka nato skrbijo le še ionske črpalke, v rednih časovnih intervalih pa se prižge še sublimacijska črpalka.



Slika 3.1: Eksperimentalna postavitev vakuumskih elementov[15].

3.2 Atomski curek

Atomi, ki jih hladimo v eksperimentu, izvirajo iz cezijevega plina, ki ga pridobivamo v atomski pečici. Pečica je votel valjast element, v katerega vstavimo dispenzerje, ki vsebujejo spojino Cs_2CrO_4 . Iz njih lahko z nadzorovanim izparevanjem prido-

bimo čist cezijev plin. Evaporacijo reguliramo z električnim tokom I_D , ki teče skozi dispenzerje. Tipični tok po aktivaciji novih dispenzerjev je $I_D = 3$ A, količina pridobljenega plina pa je odvisna od njihove izrabljenosti. Običajna temperatura pečice med eksperimentom je $T_p = 80$ °C, uravnavamo pa jo z uporovnimi grelci, ki so nameščeni na njeni zunanji steni.

Atomi zapuščajo pečico skozi šobo, ki vodi iz notranjosti pečice v oktagonalno komoro, in nato nadaljujejo pot proti šestkrakemu prehodu, za katerim se nahaja vhod v upočasnjevalnik. Oblika šobe (slika 3.2) posnema eksperiment iz Innsbrucka[14]. Šoba je dolga $L_{\tilde{s}} = 300$ mm, razdeljena pa je na ožji in širši del z notranjima premeroma $\phi_1 = 3$ mm ter $\phi_2 = 5$ mm. V delu, ki se nahaja znotraj oktagonalne komore, je notranjost šobe razširjena, iz njene stene pa je izdolbenih osem odprtin. Odprtine omogočajo, da na tem mestu izvajamo diferencialno črpanje, ki je nujno zaradi velike tlačne razlike med notranjostjo pečice in preostankom sistema. Tlak v pečici med njenim delovanjem namreč ponavadi znaša okoli 10^{-5} mbar, kar za več redov velikosti presega mejo UHV. Diferencialno črpanje izvajata dve ionski črpalki; prva je pričvrščena na eno izmed stranic oktagona nad odprtino v steni šobe, druga pa je priklopljena na šestkraki prehod za izhodom iz šobe, v katerem se nahaja tudi merilec tlaka. Tipičen tlak med eksperimentom znaša na tem mestu $p \approx 10^{-9}$ mbar. Črpalki poskrbita za odstranitev nečistoč, ki letijo iz pečice, atomi cezija pa se odlagajo v notranjosti vakuumskih elementov.



Slika 3.2: Shema šobe, ki je nameščena na izhodu iz atomske pečice[15].

Odprtine omogočajo optični dostop od vsakega izmed oken do curka. Z usmeritvijo laserskih žarkov skozi okna oktagona v curek je mogoče izvajati prečno hlajenje, s katerim lahko zmanjšamo prečne hitrosti atomov. Takšna izboljšava kolimacije atomskega curka je lahko zelo koristna, saj se curek, ki izhaja iz šobe, širi pod kotom $\varphi = \arctan((\phi_1 + \phi_2)/(2L_{\tilde{s}}))$, ki je večji od maksimalnega kota širjenja, pod katerim lahko vsi atomi preletijo notranjost upočasnjevalnika brez trka ob steno. Zaradi tega je dotok atomov v eksperimentalno komoro manjši od pretoka, ki ga lahko zagotovi šoba. Ker smo trenutno zadovoljni s številom atomov, ki jih med eksperimentom ujamemo v past, prečnega hlajenja ne izvajamo.

V notranjosti šestkrakega prehoda za šobo se nahaja še loputa, s katero lahko med eksperimentom zastremo prehod iz šobe v upočasnjevalnik in s tem prekinemo dotok atomov v eksperimentalno komoro. V bližini pa je nameščen tudi ventil, ki ločuje pečico in predel za diferencialno črpanje od preostalega sistema. Kadar so zaradi zamenjave dispenzerjev potrebni posegi v atomsko pečico, s tem ventilom zatesnimo preostanek sistema in v njem tako ohranimo visok vakuum.

3.2.1 Hitrostna porazdelitev v curku

Hitrosti delcev z mas
oMv pečici s temperaturoTnarekuje Maxwell-Boltzmannova por
azdelitev:

$$f_v(T) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{v^2}{u^2} e^{-\frac{v^2}{2u^2}}, \quad u = \sqrt{\frac{k_B T}{M}}.$$
(3.1)

Pri številski gostoti delcev v prostoru n je povprečna prosta pot, ki jo prepotuje delec s polmerom d_0 , preden trči z drugim delcem[17]:

$$\lambda_{pp} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}d_0^2 n}.\tag{3.2}$$

Če uporabimo približek idealnega plina, $p = nk_BT$, dobimo enačbo za povprečno prosto pot,

$$\lambda_{pp} = \frac{k_B T}{\sqrt{2\pi} d_0^2 p},\tag{3.3}$$

ki je odvisna od tlaka p in temperature v pečici T, ki ju nadziramo z napajalnikoma dispenzerjev in grelcev. Zgornja meja za temperaturo v pečici se pri eksperimentih, v katerih ohlajamo alkalne atome, giblje okoli 1000 K[16], tipičen tlak pa je 10^{-4} mbar. Povprečna prosta pot pri takšnem tlaku in temperaturi je veliko večja od premera odprtine ϕ_1 na izhodu iz pečice,

$$\frac{\lambda_{pp}}{\phi_1} \gg 1,\tag{3.4}$$

to pa pomeni, da imajo meddelčne interakcije zanemarljiv vpliv na gibanje atomov v izhajajočem curku. V obravnavo upočasnjevanja atomskega curka nam tako ni treba vpletati viskoznosti. Pretok atomov $\Phi_N = dN/dt$, ki v teh pogojih izhaja iz pečice skozi odprtino s površino S, določa enačba[17]

$$\mathrm{d}\Phi_N = \frac{1}{4\pi} n\bar{v}S\cos\theta\mathrm{d}\Omega,\tag{3.5}$$

v kateri $\bar{v} = \sqrt{8/\pi} \times u$ označuje pričakovano velikost hitrosti atomov v pečici. Pri nastavku enačbe smo koordinatni sistem postavili tako, da polarni kot θ meri odklon od normale na odprtino. Po integraciji enačbe dobimo izraz za pretok,

$$\Phi_N = \frac{1}{\kappa} \frac{1}{4} n \bar{v} S, \tag{3.6}$$

v katerega smo vstavili še koeficient $1/\kappa$. Ker uporabljamo podolgovato cilindrično šobo s povprečnim notranjim premerom $\bar{\phi} = (\phi_1 + \phi_2)/2$, je njegova vrednost[17] $1/\kappa = 4\bar{\phi}/3L_{\tilde{s}}$. Prisotnost hitrosti v zgornji enačbi odraža dejstvo, da atomi zapuščajo pečico tem hitreje, čim večja je njihova hitrost. Porazdelitev hitrosti v curku zato dobimo tako, da hitrostno porazdelitev v pečici pomnožimo s hitrostjo. Ko dobljeno porazdelitev normiramo, dobimo:

$$f(v) = \frac{1}{2} \frac{v^3}{u^4} e^{-\frac{v^2}{2u^2}}.$$
(3.7)

3.3 Zeemanov upočasnjevalnik

Atomski curek po izstopu iz šobe vstopi v dolgo cev, ki se konča v eksperimentalni komori. V središču komore se nahaja magneto-optična past, v katero se lahko ujamejo le atomi z dovolj majhnimi hitrostmi. Okoli zunanje stene cevi je zato navit Zeemanov upočasnjevalnik, t. j. tuljava, ki omogoči upočasnjevanje atomov z laserskim žarkom s konstantno frekvenco. Naloga upočasnjevalnika je, da upočasni znaten delež atomov v curku, obenem pa atomov ne sme ustaviti, še preden pripotujejo do pasti.

3.3.1 Princip upočasnjevanja

Curek atomov upočasnjujemo tako, da ga iz nasprotne smeri presvetlimo z laserskim žarkom, ki prečka komoro, upočasnjevalnik ter pečico. Atom ob vsaki absorpciji in emisiji fotona prejme oz. odda gibalno količino $\hbar k$. Velikost spremembe hitrosti atoma zaradi absorpcije ali emisije fotona, $v_{od} = \hbar k/M$, imenujemo odrivna hitrost. Njena velikost pri valovni dolžini svetlobe $\lambda \approx 852 \text{ nm}$ je $v_{od} \approx 3,5 \text{ mm/s}$. V tipičnem eksperimentu s cezijevimi atomi imajo atomi v curku pričakovano hitrost $\bar{v} > 200 \text{ m/s}[4]$, ki za več redov velikosti presega odrivno hitrost. Za znatno spremembo hitrosti atoma je zato potrebnih veliko ciklov absorpcij in spontanih emisij. Prispevki zaradi spontane emisije se pri tem izpovprečijo v nič, prispevki h gibalni količini zaradi absorpcije pa vedno kažejo v isto smer in zato upočasnijo atome (slika 3.3).



Slika 3.3: Mehanizem laserskega hlajenja. Povzeto po [11].

Povprečno silo na atom, na katerem se sipljejo fotoni, izračunamo tako, da gibalno količino fotona pomnožimo z verjetnostjo za sipanje svetlobe na časovno enoto[11]:

$$F = \hbar k R_{sip}.$$
(3.8)

Enačba (2.10) nakazuje, da lahko z večanjem moči laserja povečamo verjetnost za absorpcijo. Obenem ima sipalni presek, in s tem sila na atom, zgornjo mejo:

$$F_{max} = \frac{\hbar k \Gamma}{2}.$$
(3.9)

Med upočasnjevanjem se poleg spontane odvija tudi stimulirana emisija, ki pa ne vpliva na upočasnjevanje atomov v curku. Foton, ki sproži prehod iz osnovnega v vzbujeno stanje, se giblje v isti smeri kot foton, ki sproži stimulirano emisijo. Sprememba gibalne količine atoma zaradi stimulirane emisije je zato nasprotno enaka spremembi zaradi absorpcije.

3.3.2 Magnetno polje

V eksperimentu moramo atome cezija s hitrostmi $v \approx 200 \text{ m/s}$ upočasniti do približno desetkrat nižje hitrosti. Če želimo v ta namen uporabljati svetlobo s konstantno frekvenco ω , nam ta cilj prepreči Dopplerjev pojav. Atomi zaradi njega čutijo frekvenco, ki je odvisna od njihove hitrosti:

$$\omega' = \omega - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}. \tag{3.10}$$

Verjetnost za sipanje svetlobe na atomih pada z naraščanjem odmika od frekvence prehoda ω_0 . Že majhna sprememba hitrosti $\Delta v = 5 \text{ m/s}$ povzroči Dopplerjev premik $|k\Delta v| > \Gamma$, ki je pri zmerni moči laserja primerljiv s širino krivulje, ki opiše verjetnost za sipanje (slika 2.2). Upočasnjevanje se torej konča, še preden atomi dosežejo načrtovano končno hitrost. To težavo je možno zaobiti s postopnim višanjem frekvence laserja, vendar v tem primeru ne moremo hkrati upočasnjevati različno hitrih atomov in dotok počasnih atomov v past zato ne more biti enakomeren[4].

Spreminjanju frekvence svetlobe se lahko izognemo z vplivanjem na lastnosti prehodov med energijskimi stanji atoma. Če se atomi nahajajo v magnetnem polju z gostoto B, se njihove spektralne črte razcepijo zaradi Zeemanovega pojava. Frekvence prehodov se zato spremenijo[11]:

$$\omega_0'(z) = \omega_0 + g \frac{\mu_B B(z)}{\hbar}, \quad g = g_{F'} M_{F'} - g_F M_F.$$
(3.11)

S primerno kombinacijo nastavitev laserske svetlobe in magnetnega polja lahko dosežemo, da se premika $\omega' - \omega$ in $\omega'_0 - \omega_0$ med upočasnjevanjem ves čas približno ujemata. Obliko polja moramo prilagoditi izbranemu prehodu, saj na Zeemanov premik vplivata Landéjeva faktorja vzbujenega in osnovnega stanja, $g_{F'}$ in g_F . V našem eksperimentu atome upočasnjujemo z vzbujanjem zaprtega prehoda $F = 4 \rightarrow F' = 5$. Ta prehod je na skici hiperfine strukture (slika 2.3) označen z rdečo puščico, na shemi pa sta navedena tudi Landéjeva faktorja obeh energijskih stanj.

Atome upočasnjujemo s krožno polarizirano svetlobo. Pri navajanju tipov krožne polarizacije se zgledujemo po literaturi, povezani z laserskim hlajenjem, v kateri je sučnost običajno določena glede na smer magnetnega polja[11][12]. Svetloba s polarizacijo σ^+ sproža prehod, pri katerem se poveča projekcija vrtilne količine M_F na kvantizacijsko os, ki jo definiramo tako, da kaže v smeri magnetnega polja. Oznaka σ^- pa predstavlja polarizacijo, pri kateri se ta projekcija zmanjša. V eksperimentu nameravamo ustvariti polje, ki je primerno za upočasnjevanje z laserskim žarkom s polarizacijo σ^+ . Projekciji vrtilnih količin oz. kvantni števili M_F v tem primeru zavzameta največji možni vrednosti tako v osnovnem kot tudi v vzbujenem stanju[12]:

$$|F = 4, M_F = 4\rangle \to |F' = 5, M_{F'} = 5\rangle.$$
 (3.12)

Zgoraj navedeni kvantni števili ter Landéjeva faktorja vstavimo v enačbo (3.11). Faktor g, ki nastopa v tej enačbi, je v tem primeru enak 1, zato premik frekvence narašča z jakostjo magnetnega polja. Če želimo izničiti vpliv Dopplerjevega pojava, se mora torej polje zmanjševati hkrati s hitrostjo atomov.

Najmanjšo razdaljo l_{min} , na kateri je mogoče upočasniti atome z maso M in s hitrostmi $v \leq v_0$, lahko ocenimo iz energijskega zakona:

$$l_{min} = \frac{Mv_0^2}{2F_{max}}.$$
 (3.13)

Tako ocenjena dolžina je v resnici premajhna, saj se lahko največjemu možnemu pojemku hitrosti, $a_{max} = F_{max}/M$, približamo le pri zelo velikih močeh laserja. Poleg tega lahko upočasnjevanje oslabi zaradi neidealne oblike ustvarjenega magnetnega polja. Dodatna ovira pri doseganju največjega možnega pojemka pa je tudi fluktuiranje števila sipanih fotonov na časovno enoto[11]. Zaradi naštetih razlogov mora biti upočasnjevalnik daljši od minimalne dolžine.

Pri načrtovanju je najbolje vnaprej predvideti pojemek $a = \eta a_{max}$, ki ga nameravamo doseči v upočasnjevalniku. Razmerje med največjim možnim in realiziranim pojemkom določa skalirni parameter η s tipično vrednostjo $\eta = 1/2$ [11]. Dolžino upočasnjevalnika potemtakem izračunamo iz enačbe:

$$l_u = \frac{1}{\eta} \frac{M v_0^2}{\hbar k \Gamma}.$$
(3.14)

V eksperimentu nameravamo atome ustavljati bodisi s kolimiranim laserskim žarkom bodisi z žarkom, ki se oža pod majhnim kotom, zato pri načrtovanju predpostavimo, da bo sila svetlobe na atome med upočasnjevanjem približno konstantna. Če z predstavlja položaj vzdolž poti in če se začetek upočasnjevalnika nahaja na z = 0, dobimo iz izreka o kinetični energiji, $v_0^2 - v^2(z) = az$, ter iz zgornjih enačb izraz za obliko magnetnega polja upočasnjevalnika:

$$B(z) = \frac{\hbar k v_0}{g \mu_B} \sqrt{1 - \frac{z}{l_u}}.$$
(3.15)

3.3.3 Simulacija Monte Carlo

Potovanje atomov skozi upočasnjevalnik lahko preučimo s simulacijo Monte Carlo. V njej atome obravnavamo kot klasične delce z dvema energijskima nivojema, ki imata enake lastnosti kot osnovno in vzbujeno stanje prehoda $F = 4 \rightarrow F' = 5$ v hiperfini strukturi (slika 2.3). V poglavju 3.5.4 bomo pokazali, da se lahko med eksperimentom atomi znajdejo tudi v ostalih energijskih stanjih. Obenem bomo predstavili prijem, s katerim dosežemo, da se svetloba pretežen del časa siplje le na izbranem prehodu, zato lahko v simulaciji obdržimo dvonivojski približek.

Sipanje svetlobe na atomih lahko obravnavamo kot Poissonov proces s parametrom R_{sip} [11]. Verjetnost za sipanje znotraj časovnega intervala Δt v limiti $\Delta t \ll 1/R_{sip}$ tako izračunamo s približkom:

$$P \approx R_{sip} \Delta t. \tag{3.16}$$

Simulacijo opravljamo pri koraku $\Delta t = 0, 2 \times \tau$, ki je desetkrat manjši od recipročne vrednosti $R_{max} = \Gamma/2$. Korak Δt je torej ne glede na vrednost eksperimentalnih parametrov vedno dovolj kratek, da lahko uporabimo zgornji približek. Življenjski čas vzbujenega stanja τ za izbran prehod je naveden v tabeli 2.1.

V simulaciji računamo pot gibanja vsakega delca posebej. Pri žrebanju začetnega položaja predpostavimo, da so atomi enakomerno porazdeljeni po preseku izhoda iz pečice. Velikost začetne hitrosti izžrebamo iz porazdelitve hitrosti delcev v curku, ki je podana z enačbo (3.7), njeno smer pa dobimo z žrebanjem iz enakomernih porazdelitev $0 < \varphi < 2\pi$ ter $0 < \cos \theta < (\phi_1 + \phi_2)/(2L_{\tilde{s}})$. Nato povečujemo čas v intervalih Δt in na vsakem koraku izračunamo magnetno polje, intenziteto svetlobe ter smer laserskega žarka na trenutnem položaju atoma. Iz enačb (3.10) in (3.11) izračunamo neuglašenost, na katero poleg Zeemanovega in Dopplerjevega pojava vpliva tudi odstopanje frekvence laserja ω od frekvence prehoda, $\Delta \omega = \omega - \omega_0$:

$$\delta = g \frac{\mu_B B(z)}{\hbar} + \mathbf{k} \cdot \mathbf{v} - \Delta \omega, \qquad (3.17)$$

Neuglašenost uporabimo v enačbah (2.9) in (2.10), iz katerih izračunamo verjetnost za sipanje na časovno enoto R_{sip} . Nato z žrebanjem naključnega števila iz enakomerne porazdelitve znotraj intervala $p \in [0,1]$ določimo, če se med trenutnim časovnim korakom na atomu siplje foton. Ob absorpciji fotona prejme atom gibalno količino v smeri laserskega žarka \mathbf{u}_{l} . Ob spontani emisiji izsevan foton zapusti atom v naključni smeri \mathbf{u}_{n} . Skupna sprememba hitrosti v časovnem koraku je enaka:

$$\boldsymbol{\Delta}\mathbf{v} = \begin{cases} \mathbf{g}\Delta t + (\mathbf{u}_{\mathbf{l}} - \mathbf{u}_{\mathbf{n}})v_{od} & ; p \leq R_{sip}\Delta t, \\ \mathbf{g}\Delta t & ; p > R_{sip}\Delta t. \end{cases}$$
(3.18)

Enačba vključuje tudi spremembo hitrosti zaradi težnega pospeška \mathbf{g} , ki ni odvisna od izida žreba. Čas, ki preteče med absorpcijo in emisijo fotona, zanemarimo. Na koncu časovnega koraka izračunamo nov položaj in hitrost atoma:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{v}_{i+1} &\mapsto \mathbf{v}_i + \mathbf{\Delta} \mathbf{v}, \\
 \mathbf{x}_{i+1} &\mapsto \mathbf{x}_i + \mathbf{v}_i \Delta t.
 \end{aligned}$$
(3.19)

Na sliki 3.4 si lahko ogledamo rezultat simulacije upočasnjevanja 2×10^5 atomov z laserjem s frekvenco $\omega = \omega_0$ v magnetnem polju oblike (3.15). Slike prikazujejo histograme hitrosti atomov na različnih položajih. Histogrami so obarvani s sivinsko barvno lestvico, na kateri temne barve predstavljajo visoka, svetle barve pa majhna števila. Na sliko so s prekinjeno črto vrisani premiki frekvence prehoda zaradi Zeemanovega pojava, $\omega'_0 - \omega_0$, ki so preračunani v hitrosti z enačbo (3.10).



Slika 3.4: Dve različici istega histograma hitrosti atomov v upočasnjevalniku. V okolici krivulje, ki predstavlja Zeemanov premik, so vrednosti zelo velike, zato je leva slika obtežena s konstantnim faktorjem, da lahko pridejo do izraza tudi preostale vrednosti. Desna slika ni dodatno obtežena, poleg tega pa prikazuje tudi negativne hitrosti atomov, ki jih svetloba na izhodu iz upočasnjevalnika preusmeri nazaj proti pečici. Problemu obračanja se podrobneje posvetimo v poglavju 3.3.7.

3.3.4 Hitrost atomov v upočasnjevalniku

Hitrostna porazdelitev komponent hitrosti vzdolž smeri curka, ki ima na začetku obliko (3.7), se v notranjosti upočasnjevalnika razcepi na dva dela. Večina atomov je tako hitrih, da se na njihovi poti Dopplerjev in Zeemanov premik nikjer ne izenačita in upočasnjevalnik zato ne vpliva na njihovo gibanje. Vsi atomi z začetnimi hitrostmi $v_0 < 200 \text{ m/s}$ pa med letom prej ali slej pridejo do položaja, na katerem se premika ujameta. Hitrejši izmed teh atomov se začnejo ustavljati že na začetku upočasnjevalnika, počasnejši pa šele na koncu.

V idealnem primeru, ki smo ga prikazali na sliki 3.4, poteka upočasnjevanje vsakega atoma nepretrgano od trenutka, ko se premika prvič ujameta, do trenutka, ko atom doseže konec upočasnjevalnika. Hitrost atoma, ki ga je upočasnjevalnik že začel ustavljati, ni več odvisna od njegove začetne hitrosti, ampak le od oblike magnetnega polja ter nastavitev laserja. Atomi, ki so imeli na začetku različne hitrosti, zato postopoma postajajo približno enako hitri. Vrh hitrostne porazdelitve atomov, ki jih upočasnjujemo, se proti koncu upočasnjevalnika premika proti čedalje nižji hitrosti, porazdelitev pa postane ozka v primerjavi s širino začetne hitrostne porazdelitve (slika 3.5). Rezultat simulacije je skladen s teoretičnim opisom [4] in z izsledki eksperimentov, v katerih so hitrostne porazdelitve v notranjosti izmerili z metodo meritve časa preletov[18].



Slika 3.5: Hitrostne porazdelitve atomov v curku na različnih položajih. Iz porazdelitev so izvzeti atomi, ki se zaradi obračanja na izhodu gibljejo v nasprotni smeri.

3.3.5 Načrt upočasnjevalnika

Pri načrtovanju Zeemanovega upočasnjevalnika smo se zgledovali po tuljavah, ki so bile v ta namen uporabljene že v samih začetkih eksperimentalne fizike hladnih atomov[3]. Najprej smo morali določiti njegovo dolžino. Iz enačbe (3.8) smo ocenili velikosti sil na atome pri različnih eksperimentalnih parametrih in ugotovili, da lahko upočasnjevanje izvedemo pri skalirnem parametru $\eta = 0.6$. Omejili smo se na ustavljanje atomov s hitrostmi v < 200 m/s in iz enačbe (3.14) smo tako izračunali dolžino upočasnjevalnika $l_u = 0.63 \text{ m}$.

Upočasnjevalnik sestavlja devet različno dolgih tuljav, ki so narejene iz žice s presekom $1 \text{ mm} \times 2,5 \text{ mm}$. Tuljave so navite druga nad drugo kot prikazuje slika 3.6, njihove dolžine pa so navedene v tabeli 3.1. Pri načrtovanju smo pazili na kompatibilnost z ostalimi komponentami vakuumskega sistema. Notranji premer

upočasnjevalnika je moral znašati 36 mm, da smo ga lahko namestili na cev, ki vodi od pečice do eksperimentalne komore. Mesto, na katerem cev vstopi v komoro, se nahaja znotraj vdolbine s premerom 50 mm na zunanji strani komore. Upočasnjevalnik je moral zato biti pri koncu dovolj ozek, da smo ga lahko potisnili v notranjost vdolbine in s tem njegov izhod približali središču komore.

Spodnja tuljava določa dolžino upočasnjevalnika in v njegovi notranjosti ustvari približno konstantno magnetno polje. Ker se mora njen konec prilegati vdolbini v komori, so na njej navite le tri plasti navojev. Preostale tuljave v notranjosti upočasnjevalnika ustvarijo polje parabolične oblike. Priključene so na skupen vir napetosti, spodnja tuljava pa ima svoj napajalnik. Ločena napajalnika nam omogočita, da se lahko pri iskanju optimalnih kombinacij parametrov po potrebi zatečemo tudi k spreminjanju oblike magnetnega polja (poglavje 3.3.7).



Slika 3.6: Shema tuljav, ki sestavljajo Zeemanov upočasnjevalnik.

Številka tuljave	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Dolžina (cm)	63	57	50	42	36	29	22	14	6
Število plasti	3	6	4	2	2	2	2	2	5

Tabela 3.1: Dolžine in števila plasti navojev Zeemanovega upočasnjevalnika.

Dolžine tuljav in števila plasti navojev v vsaki izmed njih smo izračunali z minimizacijsko metodo. V začetnem približku je zgornjih osem tuljav imelo eno samo plast navojev, vsaka tuljava pa je bila dvakrat daljša od tuljave nad njo. Zatem smo variirali dolžine in števila navojev, pri tem pa upoštevali, da se z vsako dodano plastjo navojev na tuljavi poveča premer vseh tuljav nad njo. Ob vsaki spremembi smo na novo izračunali gostoto magnetnega polja na N položajih z_1, \ldots, z_N na osi. Odstopanje od idealnega profila (3.15) smo ocenili z računanjem vsote:

$$S = \sum_{i=1}^{N} \left(B(z_i) - B_{id}(z_i) \right)^2.$$
(3.20)

Magnetno polje vodnika, po katerem teče tok I, določa Biot-Savartova enačba

$$B(r) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_C I \frac{\mathrm{d}r' \times (r - r')}{|r - r'|^3},$$
(3.21)

v kateri nastopa integral po krivulji C, ki opiše obliko vodnika. Iz zgornje enačbe izpeljemo izraz za magnetno polje vzdolž osi obroča iz tanke žice, ki ima polmer R

in središče v točki z_0 , po njem pa teče električni tok I:

$$B'_{z} = \frac{\mu_{0}I}{2} \frac{R^{2}}{\left(R^{2} + (z - z_{0})^{2}\right)^{3/2}}.$$
(3.22)

Z vpeljavo gostote navojev na dolžinsko enoto n pridemo do enačbe za magnetno polje končne tuljave:

$$B_z = n \int_{z_1}^{z_2} B'_z(z') \, \mathrm{d}z' = \frac{\mu_0 In}{2} \left(\frac{z - z_1}{\sqrt{(z - z_1)^2 + R^2}} - \frac{z - z_2}{\sqrt{(z - z_2)^2 + R^2}} \right), \quad (3.23)$$

v kateri z_1 in z_2 označujeta koordinati začetka in konca tuljave. V minimizacijski metodi smo magnetno polje računali z enačbo (3.23). Hkrati z dimenzijami tuljav smo variirali tudi električni tok I, ki teče skoznje. Idealnemu polju smo se najbolj približali pri dimenzijah iz tabele 3.1 in pri tokovih $I_s = 2,6$ A skozi spodnjo ter $I_z = 1,3$ A skozi zgornje tuljave. Izračunano polje je prikazano na sliki 3.7.



Slika 3.7: Levo: skupno in posamična polja upočasnjevalnikovih tuljav. Idealen paraboličen profil, ki smo ga uporabili v minimizacijski metodi, je narisan z rdečo barvo. Desno zgoraj: odstopanje polja na osi od idealnega profila. Desno spodaj: razlika med vzdolžnima komponentama polja na osi in polja 3 mm izven osi, ki sta izračunani z numeričnim reševanjem enačbe (3.21). Magnetna polja so navedena v enotah 1 Gauss = 10^{-4} T.

3.3.6 Izdelava tuljave

Tuljava je navita okoli teflonskega tulca, ki ga lahko skupaj s tuljavo nataknemo na cev, ki v vakuumskem sistemu povezuje pečico in eksperimentalno komoro. Izdelali smo jo iz bakrene žice z dvoslojno izolacijo iz poliesterimida in poliamida. Izbrana žica je primerna za uporabo pri temperaturah do 200 °C, kar je dovolj, da je ne poškodujemo med pregrevanjem vakuumskega sistema. V tulec smo izvrtali luknjo, v katero smo vpeli žico, in ga nataknili na prilegajočo se kovinsko cev, ki smo jo vpeli v stružnico. Nato smo počasi vrteli glavo stružnice in s tem ustvarjali navoje.

Tuljave smo navijali po plasteh. Med navijanjem smo skrbeli, da so bili navoji tesno staknjeni drug ob drugega in da se niso prekrivali. Z napenjanjem nevpetega dela žice smo preprečili nastanek presledkov med navoji in s tem ohranili pravilno obliko tuljave. Če smo prenehali z napenjanjem, so se navoji razpustili, zato smo plasti zlepili s tankimi sloji lepila, da bi tuljava po koncu izdelave obdržala ustvarjeno obliko. Po koncu navijanja vsake plasti smo najprej počakali, da se je lepilo na njeni notranji strani strdilo, nato pa zunanjo stran premazali z lepilom in nanjo začeli nanašati novo plast navojev. Za lepljenje smo uporabili dvokomponentno lepilo UHU plus endfest 300, ki je dobro opravilo svojo nalogo, saj zlepki niso popustili, kljub temu da je tuljava bila večkrat izpostavljena visokim temperaturam med pregrevanjem sistema.

Upočasnjevalnik ima na najdebelejšem mestu 28 plasti žice, vsota dolžin žic v vseh tuljavah pa presega 800 m. Preden smo ga namestili na vakuumski sistem, smo njegovo magnetno polje izmerili s Hallovo sondo. Izdelali smo gumijast tulec, ki se je prilegal notranjosti upočasnjevalnika. Vanj smo izvrtali luknjo, v katero smo namestili sondo, in nato s premikanjem tulca izmerili polje na osi. Spodnjo tuljavo smo priklopili na tok 4 A, preostale tuljave pa na tok 2 A. Meritve so pokazale dobro ujemanje z izračunanim poljem pri teh tokovih (slika 3.8).



Slika 3.8: Levo: rezultati meritev polja upočasnjevalnika. Desno: odstopanja izmerkov od izračunanega polja.

3.3.7 Izhajanje atomov iz upočasnjevalnika

Izdelan upočasnjevalnik ustvari polje, v katerem se atomi ustavljajo, dokler jih svetloba ne potisne nazaj v smer, iz katere so prileteli. Njegov izhod in magneto-optično past ločuje 11 cm razdalje. Če hočemo atome upočasniti in nato še ujeti v pasti, moramo zato zagotoviti, da se na poti do nje ne bodo obrnili.

Na sliki 3.9(a) si lahko ogledamo histogram hitrosti atomov, ki jih upočasnjujemo z žarkom z močjo P = 6 mW. Rezultati so podobni kot pri upočasnjevanju atomov v idealnem polju z manj močnim žarkom, P = 2 mW (slika 3.4). Če simulacijo izvedemo pri enako nizki moči žarka in v polju izdelanega upočasnjevalnika, ugotovimo, da se upočasnjevanje prekine na t. i. kritičnem odseku, ki se nahaja 6 cm pred izhodom. Rezultati so prikazani na sliki 3.9(b). Polje na kritičnem odseku opazno

odstopa od idealnega paraboličnega profila (slika 3.7), zato mora biti na tem mestu pojemek hitrosti večji od predvidenega, $a' > \eta a_{max}$. Žarek z minimalno močjo, ki je potrebna za upočasnjevanje v idealnem polju, ni dovolj močan, da bi na tem odseku ustvaril dovolj veliko silo na atome in upočasnjevanje se zato konča. Tovrstno "popuščanje" upočasnjevalnika prepreči obračanje atomov, vendar se ti nehajo ustavljati predaleč od izhoda in njihova končna hitrost je zato prevelika.

Zgoraj opisano popuščanje zaradi odstopanja polja od načrtovanega oz. idealnega profila je nezaželen pojav. Odstopanje, zaradi katerega pride do prekinitive upočasnjevanja, pa lahko ustvarimo tudi namenoma. V nekaterih eksperimentih so na upočasnjevalniku nameščene tuljave, ki ustvarijo t. i. izstopno polje [18], rezultat simulacije gibanja atomov skozi polje podobne oblike pa se nahaja na sliki 3.9(c). V okolici mesta, na katerega namestimo izstopno tuljavo, se močno poveča odstopanje oblike polja od idealnega paraboličnega profila in upočasnjevanje zato zamre. Padec amplitude izstopnega polja mora biti dovolj strm, da se po izhodu iz izstopnega polja sipanje svetlobe nadaljuje zanemarljivo malo časa. Povprečna hitrost izhajajočih upočasnjenih atomov v curku je odvisna od položaja izstopne tuljave.

Namesto zgoraj opisanih načinov za preprečevanje obračanja lahko v naš prid izkoristimo magnetno polje tuljav magneto-optične pasti. Na eksperimentalni komori se nahaja kvadrupolna tuljava, ki jo bomo podrobneje opisali v poglavju 3.4. Njeno polje je ključno za delovanje pasti, obenem pa igra pomembno vlogo tudi pri ustavljanju atomov. Komponenta polja, ki kaže vzdolž osi upočasnjevalnika, ima obliko, ki je bežno podobna izstopnemu polju, vendar ima premajhno magnitudo ter premajhen gradient, da bi lahko sama po sebi preprečila obračanje atomov pri izhodu (slika 3.9(d)). Zato moramo prilagoditi tudi ostale eksperimentalne parametre. Dve kombinaciji parametrov, s katerima lahko dosežemo, da atomi pripotujejo v past, sta navedeni ob slikah 3.9(e,f).

Histogrami hitrosti na sliki 3.9 so bili izračunani s simulacijo, v kateri smo spremljali pot atomov, dokler niso trčili ob notranjo steno ene izmed vakuumskih posod. Večina trkov se zgodi med vračanjem atomov, pogost vzrok zanje pa je padanje zaradi gravitacijskega pospeška. Na histogramih je zato delež negativnih hitrosti v bližini MOT-a veliko večji kot v bližini pečice. Drug vzrok za trke atomov ob steno je razširjanje premera curka med upočasnjevanjem.

3.3.8 Razpršenost curka atomov

Magneto-optična past, v katero lovimo curek počasnih atomov, ima premer 1 cm. Curek se zato na svoji poti ne sme preveč razširiti, da atomi ne bi zgrešili pasti. Atomski curek ni popolnoma kolimiran, vendar se širi pod dovolj majhnim kotom, da je povprečno razmerje med velikostima prečne in vzdolžne komponente hitrosti atomov majhno, $|v_{\perp}|/|v_z| \ll 1$. Če bi atome ustavljali s kolimiranim laserskim žarkom, bi se to razmerje lahko proti koncu poti upočasnjevanja znatno povečalo in curek bi se razpršil[4]. Temu se izognemo tako, da žarek Zeemanovega upočasnjevalnika (upočasnjevalni žarek) fokusiramo v pečico in ga oblikujemo tako, da je kot, pod katerim se oži, enak kotu širjenja atomskega curka. Enako obliko smo privzeli tudi v simulaciji Monte Carlo, podrobnejši opis žarka pa je na voljo v poglavju 3.5.5.

Cezijevi atomi gredo v upočasnjevalniku skozi veliko ciklov absorpcij in emisij. Spontana emisija je izotropen proces, kar pomeni, da se njen povprečni prispevek h gibalni količini atoma giblje okoli ničle, standardna deviacija prečne hitrosti pa



Slika 3.9: Sliki (a) in (b) prikazujeta hitrosti atomov, ki se gibljejo skozi magnetno polje upočasnjevalnika, v katerega svetimo z močnim in šibkim žarkom. V slednjem primeru se pojavi popuščanje na kritičnem odseku. Na sliki (c) se na koncu upočasnjevalnika nahaja izstopno polje. Na preostalih slikah je polju upočasnjevalnika prišteto polje kvadrupolne tuljave, skozi katero teče tok I = 15 A. Simulacije so bile izvedene v magnetnem polju, ki ga dobimo, če skozi tuljave upočasnjevalnika teče tok $I_{zg} = 1,3$ A in $I_{sp} = 2,6$ A. Izjema je slika (e), ki prikazuje rezultat simulacije pri $I_{sp} = 1,5$ A. Položaj, do katerega morajo prispeti atomi, da se ujamejo v MOT, je označen z navpično prekinjeno črto.

obenem narašča sorazmerno s korenom števila sipanih fotonov:

$$\sigma_{v_{\perp}} \sim \sqrt{N}.\tag{3.24}$$

Tovrstno naraščanje prečne hitrosti povzroči razpršitev, ki je še posebej izrazita pri upočasnjevanju curkov lažjih alkalnih atomov[19], vendar lahko povzroči težave tudi pri hlajenju težjih atomov, med katere sodi cezij. Rezultati simulacije Monte Carlo na sliki 3.10 kažejo, da je delež atomov, ki zaradi pršenja zgrešijo MOT, majhen. Notranji premer cevi v notranjosti upočasnjevalnika je $\phi_u = 10$ mm, kar je dovolj, da kljub širjenju curka v steno trči zanemarljivo majhen delež atomov. Širjenje žarka namreč postane izrazitejše šele pri nizkih hitrostih na koncu upočasnjevalnika.

Sipanje svetlobe poveča deviacijo prečnih hitrosti do te mere, da ohlajen atomski curek že nekaj centimetrov za upočasnjevalnikovim izhodom postane preširok, da bi ga lahko v celoti ujeli v magneto-optični pasti. Ta problem v nekaterih eksperimentih rešijo tako, da za izhodom izvajajo prečno hlajenje, ki poveča dotok atomov v past, podobno kot lahko prečno hlajenje za izhodom iz pečice poveča tok atomov v upočasnjevalnik. Zanimiv primer rešitve je upočasnjevalnik, sestavljen iz dveh ločenih delov, med katerima je postavljena optična melasa, ki zoža porazdelitev prečnih hitrosti v curku[19]. Pršenju curka iz upočasnjevalnika se da po drugi strani popolnoma izogniti, če vsota njegovega polja in polja kvadrupolne tuljave ustvari parabolični profil, ki se zaključi v pasti[14]. V našem eksperimentu atomi dosežejo nizko hitrost že 11 cm pred pastjo, kar vodi v izgube. Kljub izgubam, ki jih povzroča pršenje, lahko v našem eksperimentu past napolnimo s primerljivim številom atomov kot npr. v eksperimentu [14].



Slika 3.10: Prereza atomskih curkov v ravnini, vzporedni z optično mizo. Leva slika prikazuje curek pri ugasnjenem laserju. Prerez curka na desni sliki je izračunan pri parametrih, ki so navedeni ob sliki 3.9(f). Sliki prikazujeta le položaje atomov s hitrostmi 0 < v < 200 m/s. Rdeči krivulji prikazujeta standardno deviacijo odmika atomov od osi.

3.3.9 Upočasnjevalnik σ^-

V tem poglavju smo opisali upočasnjevalnik, ki je prilagojen σ^+ polarizaciji upočasnjevalnega žarka. Takšna polarizacija se je uporabljala tudi pri prvih eksperimentih z Zeemanovim upočasnjevalnikom[3]. Slabo desetletje kasneje je bil prvič izdelan upočasnjevalnik z naraščajočim poljem, ki je deloval v kombinaciji s svetlobo s polarizacijo σ^{-} [20]. Polje takšnega upočasnjevalnika ima parabolično obliko, vendar nasproten predznak,

$$B = B_k - B_0 \sqrt{1 - z}.$$
 (3.25)

Glavna prednost tega tipa upočasnjevalnika je strm padec amplitude polja takoj za izhodom, zato ni potrebno zagotavljati dodatnega izstopnega polja, da bi se izognili preusmeritvi curka. Kljub tej prednosti smo se odločili za tip upočasnjevalnika σ^+ , saj smo računali na to, da bomo izstopno polje nadomestili s poljem kvadrupolne tuljave.

3.4 Magneto-optična past

Na sredini eksperimentalne komore upočasnjene atome pričaka magneto-optična past. Sestavljajo jo magnetno polje kvadrupolne oblike ter trije pari žarkov, ki sekajo središče komore v treh pravokotnih smereh. Kombinacija polja in svetlobe ustvari potencial, v katerega se ujamejo dovolj počasni atomi, ki se nato še dodatno ohladijo.

Zarki izvirajo iz istega laserja, ki je uklenjen pod frekvenco prehoda, $\omega_{MOT} < \omega_0$. Izvorni žarek najprej razširimo s parom leč in ga nato s cepilci razdelimo na tri dele, ki jih usmerimo skozi dve okni ob straneh komore ter skozi okno na njenem dnu. Žarkom spremenimo polarizacijo iz linearne v krožno s ploščicami $\lambda/4$, preden vstopijo v notranjost komore. Usmerimo jih skozi središče komore proti oknom na nasprotni strani. Na mestih, kjer izstopijo iz komore, so postavljena ogledala, ki žarkom spremenijo smer za 180°. Za delovanje magneto-optične pasti je ključno, da ima odbit laserski žarek obrnjeno krožno polarizacijo glede na izvorni žarek, zato postavimo med izstopno okno in ogledalo še eno ploščico $\lambda/4$. Opisana postavitev je prikazana na sliki 3.11.



Slika 3.11: Na levi sliki je prikazana skica magneto-optične pasti, ki jo sestavlja šest laserskih žarkov ter kvadrupolna tuljava. Desna slika prikazuje vodoravne žarke MOT-a. Shema ni narejena v merilu – razdalja med nasprotnima oknoma znaša 29 cm, premer žarkov pa je 1 cm.

Če so atomi, ki so izpostavljeni laserskemu žarku, dovolj počasni, da je velikost Doplerjevega pojava majhna v primerjavi z naravno širino absorpcijske črte, $kv \ll \Gamma$,

lahko silo, ki deluje nanje, zapišemo s približkom[11]:

$$F(\omega - \omega_0 \pm kv) \simeq F(\omega - \omega_0) \pm k \frac{\partial F}{\partial \omega} v.$$
 (3.26)

Iz tega sledi, da je sila na atom v smeri i sorazmerna s projekcijo hitrosti atoma na to smer:

$$F_i = F(\omega - \omega_0 - kv_i) - F(\omega - \omega_0 + kv_i) \simeq -2\frac{\partial F}{\partial \omega}kv_i.$$
(3.27)

Z vključitvijo magnetnega polja lahko dosežemo, da je sila odvisna tudi od položaja atoma. Na eksperimentalno komoro je zato nameščena kvadrupolna tuljava. Zgrajena je iz dveh enakih ločenih tuljav, ki se nahajata na vrhu in pod dnom ohišja komore (slika 3.11). Skozi njiju teče tok v nasprotnih smereh (anti-Helmholtzova konfiguracija), kar ustvari polje kvadrupolne oblike.

Pri načrtovanju tuljav smo posnemali Innsbruški eksperiment[14]. Izdelane so iz bakrene žice s presekom $1 \text{ mm} \times 10 \text{ mm}$. Vsaka tuljava ima 15 plasti s po dvema navojema. Notranji premer obeh tuljav je 9 cm. Njunemu obodu se prilega bakrena cev, skozi katero teče voda, ki odvaja toploto. Magnetno polje kvadrupolne tuljave smo izračunali z numeričnim reševanjem enačbe (3.21). Prikazano je na sliki 3.12, izračunom pa so priloženi tudi izmerki. Meritve smo izvedli preden smo tuljavi namestili na komoro. S posebnim stojalom smo poskrbeli, da sta bili središči tuljav razmaknjeni za 9 cm, kar je enako kot v eksperimentu. V notranjost stojala smo vstavili debelo plast stiropora, v katero smo izvrtali ozko odprtino v vodoravni in navpični smeri. V odprtini smo lahko vstavili Hallovo sondo in z njo izmerili polje.



Slika 3.12: Polje kvadrupolne tuljave v območju MOT-a narašča približno linearno v smereh laserskih žarkov. Na levi sliki je primerjava izračunov in meritev polja v ravnini med tuljavama (zgoraj) in na njuni osi (spodaj) pri toku $I_{kvad} = 12 \text{ A}$. Napaka meritve izvira iz napake položaja sonde, ki smo jo ocenili na $\Delta = 3 \text{ mm}$. Desna slika prikazuje magnitude in smeri magnetnega polja znotraj MOT. Oznake na oseh so skladne s koordinatnim sistemom iz slike 3.11.

Tuljave ustvarijo polje, ki znotraj presečišča žarkov narašča približno linearno v vseh

smereh. Frekvenca prehoda v atomih znotraj pasti je zato odvisna od njihovega položaja:

$$\omega_0' = \omega_0 + \beta z, \quad \beta = \frac{g\mu_B}{\hbar} \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}z}.$$
(3.28)

Polje je dovolj šibko, da je sprememba frekvence majhna v primerjavi z naravno širino spektralne črte, $|\omega_0 - \omega'_0| \ll \Gamma$, zato lahko uporabimo enak približek kot v enačbi (3.26). Sila, ki v magneto-optični pasti deluje na atom, se tako spreminja z oddaljenostjo od centra presečišča žarkov:

$$F_{MOT} = -\alpha v - \frac{\alpha \beta}{k} z. \tag{3.29}$$

Koeficient β za vodoravno smer znaša $\beta \approx 9 \times 10^{-6} \text{ mm}^{-1} \text{s}^{-1}$, v navpični smeri pa je dvakrat večji. Koeficient α izračunamo z odvajanjem enačbe 3.8. Pri tipični moči žarka I = 10 mW in pri odstopanju 14 MHz od frekvence prehoda je njegova vrednost $\alpha = 2 \times 10^{-5} \text{ Js/m}^2$. Past lovi atome iz upočasnjenega curka, jih dodatno upočasni in jih zbira v bližini središča pasti. Premer žarkov v pasti je 1 cm in iz enačbe (3.13) ocenimo, da se zato v njej lahko ulovijo le atomi s hitrostmi v < 25 m/s.

3.4.1 Kompenzacijska kletka

Kompenzacijska kletka zagotavlja magnetno polje, s katerim na mestu, kjer ustvarimo oblak hladnih atomov, izničimo vpliv magnetnih polj iz okolice ter zemeljskega magnetnega polja. Sestavlja jo 6 tuljav, ki so navite okoli mejnih ploskev pravokotne kletke. Kletka ima tri napajalnike; vsak izmed njih napaja tuljavi, nameščeni na nasprotnih straneh kletke. Po vsakem paru tuljav teče tok v enaki smeri. Načrt kletke prikazuje slika 3.13.



Slika 3.13: Dimenzije kompenzacijske kletke v mm in in števila navojev na njenih ploskvah[15].

Tuljave na stranicah kletke morajo biti znatno oddaljene od tuljav magneto-optične pasti[21]. Če bi bila razdalja premajna, bi lahko hitro prižiganje in ugašanje MOT tuljav ustvarilo znatno inducirano napetost v tuljavah na kletki. Poleg tega smo pri načrtovanju kletke upoštevali tudi, da mora biti polje v območju magneto-optične pasti čim bolj homogeno. Narejena kletka lahko na mestu MOT ustvari polje, ki ima v notranjosti pasti z volumnom $V \approx 1 \text{ cm}^3$ standardno deviacijo $\sigma_B < 5 \text{ mG}$. Kletka igra pomembno vlogo med polnjenjem magneto-optične pasti, saj z njo odštejemo polje upočasnjevalnika, ki ima v pasti velikost približno 1 G. Poleg tega je njeno polje koristno tudi pri tehnikah hlajenja, ki pridejo na vrsto za hlajenjem v MOT na poti do BEC-a[21].

3.5 Optični sistem

Laserske žarke, ki jih uporabljamo v eksperimentu, pripravimo na ločeni optični mizi, na kateri se nahajajo izvori laserske svetlobe ter optični sistemi za uklepanje in moduliranje laserskih frekvenc. Ko pripravimo žarke s primerno velikimi močmi in frekvencami, jih sklopimo v optična vlakna, preko katerih žarke speljemo na mizo z vakuumskim sistemom, tam pa jih usmerimo skozi okna v eksperimentalno komoro in proti atomskemu curku. V prvem delu poglavja opišem dve eksperimentalni tehniki za uklepanje in spreminjanje frekvenc laserjev, v drugem delu pa so opisani laserski žarki Zeemanovega upočasnjevalnika in MOT-a.

3.5.1 Saturacijska absorpcijska spektroskopija

Če stekleno ampulo, napolnjeno s plinom cezija, obsevamo z lasersko svetlobo, se spekter izsevane svetlobe razširi zaradi več dejavnikov. Pri sobni temperaturi in pri zmerni moči laserja ima prevladujoč vpliv razširitev zaradi Dopplerjevega pojava. Atomi v celici imajo hitrosti porazdeljene po (3.1) in izraz za absorpcijski koeficient (2.11) se prelevi v:

$$\kappa(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \left(n_1(v) - n_2(v) \right) \sigma(\omega - kv) \mathrm{d}v.$$
(3.30)

V izrazu za absorpcijski koeficient nastopa konvolucija absorpcijske črte (2.13) in hitrostne porazdelitve (3.1). Pri majhni moči laserja je širina absorpcijske črte σ primerljiva z naravno širino Γ , ki je veliko manjša od povprečnega Dopplerjevega premika, ki ga čutijo atomi v celici. Če v celico usmerimo šibek žarek s frekvenco ω , se svetloba absorbira le v atomih s primerno velikimi projekcijami hitrosti na smer žarka, $\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} \approx \omega - \omega_0$. Ker različne frekvence valovanja vzbujajo različno hitre atome, se absorpcijska črta razširi in v njej ne moremo opaziti prehodov znotraj hiperfine strukture (slika 3.15).

Če želimo frekvenco laserja zakleniti na frekvenco prehoda ω_0 , moramo najprej zaznati frekvence vseh prehodov in nato najti tisto, ki pripada izbranemu prehodu. Razširitev zaradi Dopplerjevega pojava lahko zaobidemo s t. i. brezdopplerskimi spektroskopskimi tehnikami. Ena izmed njih je saturacijska absorpcijska spektroskopija (SA), pri kateri laserski žarek razdelimo na močen črpalni in šibek merilni žarek. V stekleno ampulo ju usmerimo v nasprotnih smereh (slika 3.14), prepuščeno intenziteto merilnega žarka pa merimo s fotodiodo. Ker sta smeri obeh žarkov nasprotni, lahko oba hkrati zbujata iste atome le, če je frekvenca laserja enaka frekvenci prehoda. V tem primeru se svetloba absorbira v atomih pri katerih je izpolnjen pogoj $\mathbf{k} \cdot \mathbf{v} \approx 0$. Črpalni žarek mora biti dovolj močan, $I \gg I_{sat}$, da vzbudi tako velik delež teh atomov, da postane absorpcija merilnega žarka zanemarljivo majhna. Z naraščanjem neuglašenosti se manjša presek med populacijama atomov, ki jih lahko vzbujata oba žarka in signal na diodi se zmanjša zaradi večje absorpcije merilnega žarka v celici. Rezultat spektroskopije SA so zato ozki vrhovi v posnetem signalu, ki dosežejo maksimume pri frekvencah prehodov (slika 3.15).



Slika 3.14: Saturacijska absorpcijska spektroskopija.

Pri izvajanju spektroskopije SA ponavadi spreminjamo frekvenco na velikostni skali, primerljivi z Dopplersko razširitvijo. Signal iz diode pošljemo na računalnik in ga prikazujemo v programu, v katerem lahko na posnetku izberemo poljuben vrh, na katerega želimo ukleniti frekvenco. Pri interpretaciji signala je potrebno nekaj pazljivosti, saj vsi vrhovi ne predstavljajo frekvenc prehodov. Atomi namreč niso dvonivojski sistemi in za vsak par prehodov s frekvencama ω_1 in ω_2 se v spektru pojavi vrh pri sredinski frekvenci $(\omega_1 + \omega_2)/2$. To se zgodi, ker črpalni žarek s to frekvenco vzbudi v prvo (drugo) vzbujeno stanje velik del atomov, ki bi jih merilni žarek lahko ponesel v drugo (prvo) vzbujeno stanje. Absorpcija merilnega žarka pri sredinskih frekvencah zato pade podobno kot pri frekvencah prehodov.



Slika 3.15: Primerjava signalov, ki ju posnamemo pri spektroskopijah SA in MT. Modra črta prikazuje fluorescenčni signal, ki ga dobimo, ko z laserjem posvetimo v celico s cezijevim plinom. Prekinjeni navpični črti označujeta frekvenci prehodov $F = 4 \rightarrow F' = 4$ in $F = 4 \rightarrow F' = 5$ (slika 2.3).

3.5.2 Modulacijska prenosna spektroskopija

Za uklepanje frekvence enega izmed obeh laserjev smo namesto spektroskopije SA uporabili modulacijsko prenosno spektroskopijo (MT). Njeni prednosti sta močan signal pri iskanju frekvenc zaprtih prehodov ter dobra stabilnost uklepanja [22].

Pri spektroskopiji MT laserski žarek najprej razdelimo na dve enako močni komponenti, črpalni in merilni žarek. Postavitev optičnih elementov, skozi katere potujeta žarka, je prikazana na sliki 3.16. Črpalni žarek speljemo v elektro-optični modulator (EOM), priklopljen na frekvenčni generator, ki proizvaja frekvenco ω_m . Po vstopu žarka s frekvenco ω v EOM pride do fazne modulacije,

$$E_{\check{c}}(z,t) = E_0 \exp(\mathrm{i}\omega t + \mathrm{i}\delta_m \sin(\omega_m t)) \tag{3.31}$$

po kateri žarek ni več monokromatski. Njegov spekter poleg prvotne frekvence dobi tudi manj izrazite t. i. stranske vrhove. Pri običajni izvedbi MT spektroskopije je modulacija šibka, $\delta_m < 1$, zato sta v spektru poleg glavnega vrha pri ω izrazita le najbližja stranska vrhova, ki se pojavita pri frekvencah $\omega + \omega_m$ ter $\omega - \omega_m$ [22]:

$$E_{\check{c}}(z,t) \approx E_0 J_0(\delta_m) \exp(ikz - i\omega t) + E_0 J_1(\delta_m) \exp(ikz - i(\omega + \omega_m)t) - E_0 J_1(\delta_m) \exp(ikz - i(\omega - \omega_m)t).$$
(3.32)

V tej enačbi J_0 in J_1 predstavljata Besslovi funkciji prve vrste. Moduliran črpalni žarek razširimo s sistemom dveh leč in ga usmerimo v stekleno celico, napolnjeno s cezijevim plinom. Merilnega žarka ne pošljemo skozi EOM, ampak ga samo razširimo na enak premer in ga usmerimo v celico v nasprotni smeri glede na črpalni žarek. Ko se frekvenca ω približa frekvenci prehoda, prihaja v plinu do nelinearnega pojava tretjega reda, zaradi katerega nastane novo valovanje[22]. Pri interakcijah med snovjo z nelinearnim lomnim količnikom, merilnim žarkom ter komponentama črpalnega žarka pri ω in $\omega \pm \omega_m$, dobimo valovanji s frekvencama $\omega \mp \omega_m$. Novonastalo valovanje potuje v smeri merilnega žarka. Če je nelinearni pojav znaten, zato govorimo o prenosu modulacije iz črpalnega na merilni žarek; od tu izvira ime metode MT.

Merilni žarek z lečo zberemo na fotodiodi. Intenziteta modulirane svetlobe, ki jo zberemo na detektorju, se zaradi interference med njenimi tremi frekvenčnimi komponentami periodično spreminja s frekvenco ω_m . Utripanje signala na fotodiodi je v približku dvonivojskega sistema mogoče izračunati analitično[22]:

$$S(\omega, \omega_m) = \frac{C}{\sqrt{\Gamma^2 + \omega_m^2}} J_0(\delta_m) J_1(\delta_m) \times \left[A(\omega, \omega_m) \cos(\omega_m t + \phi) + B(\omega, \omega_m) \sin(\omega_m t + \phi) \right],$$

$$A = L_{-1} - L_{-1/2} + L_{1/2} - L_1, \qquad L_n = \frac{\Gamma^2}{\Gamma^2 + (\omega - \omega_0 - n\omega_m)^2}$$

$$B = D_1 - D_{1/2} - D_{-1/2} + D_{-1}, \qquad D_n = \frac{\Gamma(\omega - \omega_0 - n\omega_m)}{\Gamma^2 + (\omega - \omega_0 - n\omega_m)^2}$$
(3.33)

Utrip signala je linearna kombinacija dveh komponent, ki nihata s faznim zamikom $\pi/2$. V našem eksperimentu poganjamo EOM s frekvenco $\omega_m = 5.6$ MHz, kar pomeni da delamo v režimu $\omega_m < \Gamma$, v katerem imata komponenti podobno frekvenčno odvisnost (slika 3.16). Signal iz fotodiode zmešamo z izhodom frekvenčnega genera-

torja, s katerim napajamo EOM. Izhodni signal nazadnje ojačamo z diferencialnim ojačevalnikom, ki obenem igra vlogo nizkopasovnega filtra. Signal, ki ga zaznamo na osciloskopu, ima obliko (3.33) in prikazan je na sliki 3.15.



Slika 3.16: Levo: odvisnost koeficientov A in B iz enačbe (3.33) od razlike med frekvenco laserja in frekvenco prehoda. Desno: postavitev optičnih elementov pri modulacijski prenosni spektroskopiji[23].

3.5.3 Spreminjanje laserske frekvence

Če želimo žarku spremeniti frekvenco, brez da bi spreminjali nastavitve laserja, lahko to storimo z akusto-optičnim modulatorjem (AOM). Kot, pod katerim moduliran žarek zapusti AOM, je odvisen od spremembe frekvence. Če hočemo periodično spreminjati frekvenčni zamik, nam spreminjanje kota žarka onemogoči sklopitev v optično vlakno. Problemu se izognemo s sistemom dvakratnega prehoda skozi AOM, ki ga prikazuje slika 3.17 [24].



Slika 3.17: Shema dvojnega prehoda skozi AOM[24].

Zarku najprej skrčimo premer s plano-konveksno in plano-konkavno lečo, da postane ožji od vhoda v AOM. Za izhodom iz modulatorja je postavljena ploščica $\lambda/4$, s katero spremenimo linearno polarizacijo žarka v krožno. Centralni pas žarka svojo pot konča v oviri, modulirani pas pa prečka plano-konkavno lečo, ki je od izhoda AOM-a oddaljena za njeno goriščno razdaljo f. Na drugi strani leče se na razdalji f

nahaja ogledalo. Żarek, ki prečka lečo, bo pri tej postavitvi vedno vpadel na ogledalo pod pravim kotom, ne glede na kot uklona v modulatorju. Po odboju žarek prispe nazaj v AOM in se ukloni v smer, ki je nasprotno enaka smeri iz katere je prvič prispel do AOM-a. Zaradi dvakratnega prehoda skozi ploščico $\lambda/4$ in odboja od ogledala je polarizacija pravokotna glede na prvotni žarek, zato lahko pred AOM postavimo cepilec (PBS), s katerim preusmerimo dvakratno moduliran žarek proti vhodu v optično vlakno.

3.5.4 Črpalni žarek

Pri opisovanju tehnik hlajenja smo zaradi zaprtosti prehoda $F = 4 \rightarrow F' = 5$ atome do zdaj obravnavali kot dvonivojske sisteme. V resnici se lahko zaradi razširitve spektralne črte zaradi moči žarka med upočasnjevanjem vzbudita tudi prehoda v sosednji vzbujeni stanji, F' = 3 in F' = 4, ki jima sledi padec v katerokoli izmed obeh osnovnih stanj. Atomov, ki se znajdejo v osnovnem stanju F = 3, ne moremo več upočasnjevati, ker so razlike med frekvenco laserja in frekvencami prehodov iz tega osnovnega stanja prevelike (slika 2.3). Mesto, na katerem je nevarnost za takšne izgube največja, se nahaja v pečici oz. v okolici točke, v katero je fokusiran laserski žarek. Če je grlo žarka zelo ozko, je lahko intenziteta svetlobe v njegovi okolici že pri zmerni moči laserja tako velika, da širina absorpcijske črte (slika 2.2) preseže velikost Dopplerjevega premika, ki ga čutijo atomi na repu hitrostne porazdelitve v atomskem curku[4]. Ta razširitev je več kot dovolj velika, da se dogajajo tudi prehodi v obe zgoraj navedeni nezaželeni vzbujeni stanji.

Opisana razširitev je pri tipičnih vrednostih eksperimentalnih parametrov za red velikosti manjša[4] od frekvence prehoda med obema osnovnima stanjema cezija, ki ju prikazuje slika 2.3. To pomeni, da se večina atomov že pred vstopom v upočasnjevalnik znajde v osnovnem stanju, iz katerega jih nato ne moremo več vzbuditi. Težavo odpravimo tako, da upočasnjevalnemu žarku primešamo t. i. črpalni žarek, ki ima nalogo, da atome vrača v osnovno stanje F = 4. Žarek mora zato vzbujati prehod $F = 3 \rightarrow F' = 3$ ali $F = 3 \rightarrow F' = 4$. Njegova polarizacija ni pomembna. Optimalne nastavitve črpalnega žarka, pri katerih je dotok atomov v past največji, so odvisne od parametrov upočasnjevalnega žarka ter od magnetnega polja. Frekvenco in intenziteto črpalnika zato izberemo empirično (poglavje 4.4).

Črpalni žarek primešamo upočasnjevalnemu žarku s sistemom za združevanje dveh žarkov. Prvi žarek usmerimo v cepilec, pred tem pa mu s ploščico $\lambda/2$ zasučemo polarizacijo tako, da potuje v celoti naravnost skozenj. Drugi žarek usmerimo skozi isti cepilec pod pravim kotom glede na prvi žarek. Polarizacijo drugega žarka zasučemo tako, da ga cepilec v celoti odbije. Oba žarka zapustita cepilec na istem mestu in nadaljujeta pot v isti smeri.

3.5.5 Parametri laserskih žarkov

Svetloba, s katero upočasnjujemo in hladimo atome, izvira iz laserja TA PRO proizvajalca Toptica z močjo 2 W. Njegovo frekvenco uklenemo na frekvenco prehoda $F = 4 \rightarrow F' = 5$ s spektroskopijo MT, žarek pa nato razdelimo na več delov ter vsakemu izmed njih prilagodimo frekvenco z AOM-om. Prvi komponenti zmanjšamo frekvenco na $\Delta \omega = -14$ MHz in jo razcepimo v MOT žarke. Drugo komponento nastavimo na frekvenco $\Delta \omega = -50$ MHz in jo uporabimo za ustavljanje atomov v Zeemanovem upočasnjevalniku. Ena izmed preostalih komponent se uporabi za meritve, ki jih bomo opisali v naslednjem poglavju. V eksperimentu uporabljamo tudi laser DL PRO z močjo 170 mW. Za uklenitev njegove frekvence se uporablja spektroskopija SA. Laser DL PRO je vir svetlobe za črpalne žarke in njegovo frekvenco uglasimo na sredino med frekvenci prehodov $F = 3 \rightarrow F' = 3$ ter $F = 3 \rightarrow F' = 4$.

Žarek Zeemanovega upočasnjevalnika mora konvergirati proti pečici, da je njegova oblika enaka obliki atomskega curka[4]. Žarek sklopimo v optično vlakno, ki ima izhod na mizi, na kateri je postavljen eksperiment. Na izhod iz vlakna je pritrjen kolimator, iz katerega izhaja laserski žarek s širino $2\omega \simeq 1.5$ mm. Razširimo ga s sistemom dveh leč, $f_1 = -50$ mm, $f_2 = 300$ mm, razdaljo med lečami, ki znaša približno $d \simeq 300$ mm, pa s finim nastavljanjem prilagodimo tako, da je žarek osredotočen v sredino pečice. Pri nastavljanju si pomagamo s snemanjem žarka, ki izstopa iz sistema skozi okno nasproti vhoda v pečico (slika 3.18).



Slika 3.18: Żarek, s katerim upočasnjujemo atome, je fokusiran v notranjost pečice[15].

Poglavje 4 Meritve

Preden smo postavili magneto-optično past, smo izvedli opazovanje atomskega curka s fluorescenčno sprektroskopijo in izmerili hitrostne porazdelitve atomov v različno vročih curkih. Meritve so temeljile na obsevanju atomskega curka z laserskimi žarki, ki so curek presekali pod različnimi koti (slika 4.1), fluorescenco pa smo opazovali skozi okno na stropu eksperimentalne komore.



Slika 4.1: Smeri žarkov pri meritvah. Žarki so vzporedni s površino optične mize, njihov kot pa merimo glede na smer atomskega curka. Smer opazovanja kaže na okno, skozi katero opazujemo presečišče laserskega žarka in curka. Obris UHV elementov je izvožen iz načrtov eksperimentalnega sistema[15].

4.1 Detekcija atomskega curka

Po zatesnitvi in pregrevanju UHV sistema smo izvedli prvo detekcijo atomskega curka. Aktivirali smo dispenzerje in odprli ventil, ki zapira pot iz pečice v UHV sistem. Izključili smo napajanje Zeemanovega upočasnjevalnika ter ugasnili upočasnjevalni in črpalni žarek. V curek smo pod kotom $\alpha = 90^{\circ}$ usmerili šibek merilni laserski žarek, uklenjen na frekvenco prehoda $F = 4 \rightarrow F' = 5$. Njegov premer smo uravnavali s pomočjo zaslonke. Presečišče merilnega žarka in curka smo snemali s kamero Andor Neo s senzorjem z velikostjo $9 \text{ mm} \times 6,6 \text{ mm}$. Pri snemanju smo si pomagali z objektivom, sestavljenim iz dveh konveksnih leč z goriščnima razdaljama $f_1 = 20 \text{ mm}$ in $f_2 = 12,5 \text{ mm}$. Z objektivom smo dosegli pomanjšavo 1/1,6, pri kateri smo na senzorju uspeli zajeti presečišče merilnega žarka in atomskega curka. Ugotovili smo, da premer curka na mestu snemanja znaša 10 mm, kar je skladno z načrtovanim premerom. Posnetki fluorescencenčnega signala so prikazani na sliki 4.2, z njimi pa smo potrdili, da smo pravilno nastavili frekvenco laserja ter da iz dispenzerjev zares izhajajo cezijevi atomi.



Slika 4.2: Posnetki fluorescence, ki izvira iz presečišča merilnega žarka in atomskega curka. Profile žarka smo posneli s kamero UI-1240ML-NIR, ki smo jo postavili pred okno, skozi katero je žarek izstopil iz UHV sistema. V merilu na slikah fluorescence je upoštevana pomanjšava objektiva. Dolžina območja, iz katerega prihaja fluorescenca, je enaka premeru curka atomov, ki smo ga določili iz geometrije UHV sistema (slika 3.18). Širina območja sevanja je enaka premeru laserskega žarka. Meritve smo izvajali pri majhni intenziteti svetlobe, $I < I_{sat}$, zato je ob povečanju moči žarka sevanje v presečišču opazno naraslo (enačba (2.15)). Moč žarka narašča od leve slike proti desni.

4.2 Meritve hitrostne porazdelitve atomov

Po uspešni detekciji atomskega curka smo sestavili optični sistem za merjenje porazdelitve hitrosti atomov v curku. Frekvenca, ki jo čutijo atomi, če vanje posvetimo z laserjem s frekvenco ω , je zaradi Dopplerjevega pojava odvisna od projekcije žarka na smer curka. Pri kotih merilnega žarka, ki so prikazani na sliki 4.1, je frekvenca, ki jo čuti atom s hitrostjo **v**, enaka:

$$\omega' = \omega - |\mathbf{k}| |\mathbf{v}| \cos \alpha, \quad 0 \le \alpha \le 90^{\circ}.$$
(4.1)

Z enakomernim spreminjanjem frekvence žarka lahko dosežemo, da se ob različnih časih svetloba siplje na različno hitrih atomih. Iz posnete fluorescence lahko nato s pomočjo zgornje enačbe določimo hitrostno porazdelitev atomov v curku.

V atome smo usmerili merilni žarek pod kotom $\alpha = 85^{\circ}$. Njegovo frekvenco smo periodično spreminjali tako, da smo ga speljali skozi AOM, ki je bil priklopljen na frekvenčni oscilator (VCO) z linearno prenosno funkcijo. VCO smo napajali z žagastjo napetostjo, ki jo je proizvajal funkcijski generator. Frekvenčni razpon AOM-a je znašal 110 MHz, s pomočjo konfiguracije dvojnega prehoda (slika 3.17) pa smo razpon uspeli podvojiti na 220 MHz. Dvojni prehod skozi modulator nam je omogočil sklopitev žarka v optično vlakno ne glede na frekvenčni zamik, ki ga je dajal AOM. Izgube ob sklopitvi v vlakno so kljub temu ostale odvisne od frekvence, zato se je med njenim moduliranjem obenem periodično spreminjala tudi intenziteta žarka, ki je izhajal iz optičnega vlakna.

Namesto kamere smo nad zgornje okno eksperimentalne komore namestili silicijevo fotodiodo PDA36A ter lečo z goriščno razdaljo f = 40 mm. Fotodioda je poleg fluorescence zaradi sipanja svetlobe na curku zaznavala tudi sevanje iz okolice, ki se je spreminjalo s časom. Pri ugasnjenem laserju je fotodioda zaznavala konstanten signal. Ko smo prižgali merilni žarek, pa se je temu signalu pridružila še časovno odvisna komponenta, tudi če v komori ni bilo atomov. Vzrok za detekcijo časovno spremenljivega okoliškega signala smo pripisali periodičnemu nihanju izkoristka pri sklopitvi v vlakno ter odbojem svetlobe znotraj UHV sistema. Ker nismo uspeli doseči, da bi sevanje iz okolice postalo konstantno, smo morali razviti postopek za njegovo odštevanje. Fluorescenčni in okoliški signal sta namreč imela primerljive velikosti, zato iz posnetega signala ni bilo mogoče dobiti hitrostne porazdelitve.

Od merilnega žarka, s katerim smo svetili v curek, smo odcepili šibek referenčni žarek ter ga z lečo zbrali na drugi fotodiodi, ki je imela enak tip kot dioda nad eksperimentalno komoro. Če smo prekinili dotok atomov v sistem, sta diodi posneli signala, ki sta se enako spreminjala s časom. S prilagajanjem razmerja moči merilnega in referenčnega žarka smo izenačili amplitudi nihanja obeh signalov, da je njuna razlika postala konstantna, in ju odšteli z diferencialnim ojačevalnikom. Za odštevanje konstantnega sevanja ozadja smo nato uporabili še odštevalnik, njegov izhod pa povezali z osciloskopom, na katerem smo v odsotnosti atomskega curka dobili konstanten ničelni signal. Nazadnje smo odprli ventil na izhodu iz pečice in s tem atomskemu curku odprli pot v komoro. Za osciloskopu smo zdaj lahko opazovali samo fluorescenco, ki jo je povzročal merilni žarek. Načrt vezja za odštevanje okoliškega signala se nahaja na sliki 4.3.



Slika 4.3: Shema vezja za odštevanje signala iz okolice. Diodi sta povezani z diferencialnim ojačevalnikom, njegov izhod pa je vezan na odštevalnik. V odštevalniku je potenciometer, s katerim uravnavamo odštevanje konstantnega sevanja ozadja.

Na enega izmed vhodov osciloskopa smo priključili izhod iz vezja za odštevanje signala iz okolice. Drug vhod smo povezali s fotodiodo, ki je merila signal spektroskopije MT. Parametre spektroskopije MT in modulacije merilnega žarka z AOM-om smo uskladili tako, da se je v obeh metodah frekvenca enako spreminjala s časom. S poznavanjem frekvenčnih razlik med tipičnimi točkami v signalu MT smo zato pri poznejši računalniški obdelavi lahko izvedli transformacijo iz časovne v frekvenčno skalo. Zatem smo frekvence z enačbo (4.1) preračunali v hitrosti. Podatki, s katerimi smo umerili merilni sistem, so prikazani na sliki 4.4.

Stevilo ciklov absorpcij in emisij, skozi katere gredo atomi pri potovanju skozi presek curka in žarka, je odvisno od njihove hitrosti. Ker želimo iz meritev razbrati porazdelitev hitrosti atomov, ki v določenem času prečkajo območje opazovanja, moramo fluorescenčni signal pomnožiti s hitrostmi atomov. Tako obteženemu signalu lahko nato prilagodimo hitrostno porazdelitev (3.7). Slika 4.4 prikazuje krivulje, ki so prilagojene rezultatom treh zaporednih eksperimentov, v katerih smo postopoma dvigovali temperaturo pečice. Temperature, izračunane iz prilagojenih porazdelitev, se nahajajo v tabeli 4.1.



Slika 4.4: Leva slika prikazuje signala, zajeta na diodi MTS in diodi nad eksperimentalno komoro. V signalu MTS sta označeni točki, s katerima smo umerili frekvenčno skalo. Na desni sliki so prikazani s hitrostjo obteženi fluorescenčni signali ter prilagojene porazdelitve hitrosti delcev v curku (enačba (3.7)).

Temperatura v pečici (senzor)	Najverjetnejša hitrost v curku	Izračunana temperatura
$343\mathrm{K}$	$252\mathrm{m/s}$	$339\mathrm{K}\pm14\mathrm{K}$
353 K	$257\mathrm{m/s}$	$353\mathrm{K}\pm15\mathrm{K}$
363 K	$260\mathrm{m/s}$	$360\mathrm{K}\pm15\mathrm{K}$

Tabela 4.1: Najverjetnejše hitrosti in temperature, ki smo jih izračunali iz krivulj, prilagojenih meritvam. Napake temperature so izračunane iz ocene napake v izmerku razlike med vstopno in izstopno pozicijo žarka na oknu $\Delta x = 1 \text{ mm}$, ki povzroči napako v oceni kota, $\Delta \alpha = 0,2^{\circ}$.

4.3 Delovanje Zeemanovega upočasnjevalnika

Zgoraj opisani sistem za merjenje hitrostnih porazdelitev v curku smo uporabili še za analizo delovanja upočasnjevalnika. Merilni žarek smo usmerili v curek pod kotom $\alpha = 68^{\circ}$, da bi povečali ločljivost metode. Razpon frekvenc, ki smo jih morali doseči, da smo lahko posneli celotno hitrostno porazdelitev, je pri tem kotu bil veliko večji kot pri kotu $\alpha = 85^{\circ}$. Zaradi omejitev eksperimentalne opreme, ki smo jo imeli na voljo v času snemanja, smo po spremembi intervala modulacije frekvence morali opustiti umerjanje s pomočjo signala MT, zato smo razvili nov postopek za umeritev.

Merilni sistem smo umerili v dveh korakih. Najprej smo posneli fluorescenčni signal pri kotu žarka $\alpha = 90^{\circ}$. Povprečna prečna hitrost atomov v curku je enaka 0, zato vemo, da je ob času t_0 , ko posnet signal doseže vrh, frekvenca žarka enaka frekvenci prehoda ω_0 . V drugem koraku smo posneli fluorescenco, ki jo je vzbujal žarek usmerjen pod kotom $\alpha = 68^{\circ}$. Posnetega signala nismo mogli obtežiti s hitrostmi, ker še nismo poznali povezave med časom in frekvenco. Ker smo vedeli, da je zveza linearna, smo ga obtežili kar s časom $t - t_0$ ter mu nato prilagodili krivuljo oblike (3.7), ki je dosegla vrh pri času t_1 . Hitrostna porazdelitev atomov v curku pri temperaturi pečice $T = 80 \,^{\circ}$ C ima vrh pri $v = 257 \,\text{m/s}$. To hitrost smo z enačbo (4.1) preračunali v frekvenco in tako umerili posnet spekter (slika 4.5).



Slika 4.5: Fluorescenčna signala z odštetim ozadjem, s katerima smo umerili sistem za merjenje hitrostnih porazdelitev. Mesti v signalih, ki smo ju uporabili za pretvorbo časovne skale (spodnja os) v frekvenčno (zgornja os), sta označeni z navpičnima črtama.

Że pri analizi rezultatov simulacije Monte Carlo smo pokazali, da imamo na izhodu upočasnjevalnika problem z obračanjem atomov. Zato smo morali med meritvami vklopiti kvadrupolno tuljavo, $I_{kvad} = 15$ A, da nismo izgubili vseh upočasnjenih atomov, še preden so ti prispeli do središča komore. S tem smo omogočili detekcijo počasnih atomov in obenem pokvarili signal, saj magnetno polje na mestu snemanja vpliva na frekvence prehodov. S tem pa se težave še niso končale. Ker smo meritve opravljali v času, ko je bil poskus še v fazi postavljanja, nismo imeli na voljo primernega kolimatorja za žarek, s katerim smo upočasnjevali atome. Njegov presek je zato bil izrazito nesimetričen, obenem pa je njegova moč lahko znašala največ

4 mW. Izkoristek pri hlajenju je bil zato slab in uporabiti smo morali merilni žarek z veliko intenziteto, $I \gg I_{sat}$, da smo na fotodiodi lahko posneli zaznaven signal. Velika intenziteta je imela za posledico znatno razširitev posnetega signala.

Meritve smo opravili pri različnih poljih upočasnjevalnika. Zarek, s katerim smo upočasnjevali atome, je imel moč P = 4 mW in frekvenco, ki je bila enaka frekvenci prehoda $F = 4 \rightarrow F' = 5$. Primešali smo mu črpalni žarek z močjo 2 mW. Zaradi težav, ki smo jih našteli v prejšnjem odstavku, iz posnetih signalov ne moremo zanesljivo izračunati hitrostnih porazdelitev, saj na posnet spekter ne vplivajo le hitrosti atomov, ampak tudi drugi dejavniki. Rezultati eksperimenta so prikazani na sliki 4.6.



Slika 4.6: Leva slika prikazuje odziv fotodiode odvisnosti od frekvence laserja. Meritve so bile opravljene pri poljih upočasnjevalnika, ki so prikazana na desni sliki.

Poskus smo ponovili še pri tokovih skozi tuljave upočasnjevalnika $I_{sp} = 1,5$ A in $I_{zg} = 1$ A (slika 3.7) ter variirali moč žarka, s katerim smo upočasnjevali atome. Rezultati so prikazani na sliki 4.7.



Slika 4.7: Odziv fotodiode pri različnih močeh laserja. Hitrosti, ki jih izračunamo iz frekvenc, pri katerih spektri dosežejo vrh, so navedene v legendi.

V posnetih spektrih na slikah 4.6 in 4.7 opazimo dva vrhova. Vrh pri nizkih odstopanjih od ω_0 nastane zaradi sipanja svetlobe iz merilnega žarka na počasnih atomih, nastanku drugega vrha pa botruje sipanje na neupočasnjenem delu curka. Težišče drugega dela spektra se spreminja v skladu s pričakovanji, saj se pomika proti višjim frekvencam, ko se približujemo idealnemu profilu ali ko večamo moč žarka v upočasnjevalniku. V teh dveh primerih se namreč poveča delež atomov, ki jih lahko začnemo upočasnjevati. Prvi del spektra doseže vrh pri frekvencah, ki so enake Dopplerjevemu premiku, ki ga čutijo atomi s hitrostmi v < 30 m/s. Ta del spektra postane prevladujoč, ko se približamo idealnemu profilu in ko povečamo moč laserja. Ker iz posnetih spektrov ne moremo izluščiti hitrostnih porazdelitev, ne moremo izvesti natančnejše primerjave z rezultati simulacije, ki so prikazani na slikah 3.5 in 3.9.

4.4 Lovljenje atomov v MOT-u

Dve leti po zgoraj opisanem eksperimentiranju s fluorescenčno spektroskopijo smo izvedli meritve, s katerimi smo hoteli preučiti vpliv nastavitev upočasnjevalnika na število ujetih atomov v pasti. Uporabili smo sistem za absorpcijsko slikanje, ki je podrobneje opisan v delu [25] in ki je prikazan na sliki 4.8.

Pri absorpcijskem slikanju moramo najprej zajeti sliko temnega polja I_t , ki jo dobimo tako, da zunanji svetlobi preprečimo dostop do kamere in nato zajamemo sliko. Potrebujemo tudi sliko svetlega polja I_s ki jo dobimo, ko v sistemu ni atomov, ki bi lahko absorbirali svetlobo. Nato lahko iz vsake posnete slike I izračunamo prepustnost T:

$$T(x,y) = \frac{I(x,y) - I_t(x,y)}{I_s(x,y) - I_t(x,y)}$$
(4.2)

Če slikovne elemente na senzorju kamere obravnavamo kot neodvisne detektorje, lahko uporabimo enačbo (2.11) v približku šibkega žarka, $I \ll I_{sat}$, da dobimo odvisnost[13]:

$$T(x,y) = e^{-\sigma\mu(x,y)} \tag{4.3}$$

Ob predpostavki, da so vrednosti M_F v atomih enakomerno porazdeljene, je presek za absorpcijo pri prehodu $F = 4 \rightarrow F' = 5$ enak $\sigma = 0.1945\lambda^2$ [13]. Simbol μ predstavlja številsko gostoto atomov na površino slikovnega elementa, $\mu = \int n dz$.

Število atomov v MOT lahko izračunamo iz prepustnosti T tako, da njene slikovne elemente logaritmiramo, delimo s faktorjem $-\sigma$ ter pomnožimo s površino elementa in jih nato seštejemo. Da bi zmanjšali vpliv šuma na rezultate, uporabljamo kamero Andor iXon Ultra 888 s hlajenim senzorjem. Problem šuma pa še dodatno omilimo tako, da logaritmom prepustnosti prilagodimo 2-D Gaussovo krivuljo in s tem izpovprečimo šum, število atomov pa nato določimo iz parametrov prilagojene krivulje.

Rezultati meritev so prikazani na sliki 4.9. Ugotovili smo, da je število ujetih atomov največje, če skozi zgornjo tuljavo upočasnjevalnika teče tok $I_{zg} = 1,3$ A. Enak tok smo predvideli že pri načrtovanju upočasnjevalnika. Optimalen tok skozi spodnjo tuljavo $I_s = 1,1$ A je manjši od predvidenega, ker smo upočasnjevanje izvedli z žarkom, ki je bil uklenjen pod frekvenco prehoda, $\Delta \omega = -30$ MHz. Spektroskopijo smo izvedli še pri različnih frekvencah črpalnega in upočasnjevalnega žarka (slika 4.9) in našli optimalni frekvenci obeh žarkov pri tokovih skozi tuljave, ki smo jih predvideli pri načrtovanju upočasnjevalnika. Med eksperimentom je skozi kvadrupolno tuljavo tekel tok $I_{kvad} = 30 \text{ A}$, moč žarka pa je bila P = 10 mW.



Slika 4.8: Na levi sliki je skica sistema za absorpcijsko slikanje. Sestavljata ga dve konveksni leči, ki sta razmaknjeni za vsoto njunih goriščnih razdalj, ter kamera. Premer kolimiranega žarka, ki vpada na prvo lečo, se po prehodu čez obe leči poveča. Če se pred prvo lečo nahaja oblak atomov, se na njem sipljejo fotoni iz žarka in na sliki zaznamo potemnitev, ki jo na skici nakazuje siva senca. Desno zgoraj se nahajata sliki temnega in svetlega polja. Desno spodaj je prikazana slika, ki nastane, ko se na poti žarka nahaja oblak atomov ter prepustnost, izračunana z enačbo (4.2).



Slika 4.9: Število atomov v pasti pri različnih tokovih skozi tuljave (levo) in različnih frekvencah črpalnega in upočasnjevalnega žarka (desno). Odstopanje frekvence upočasnjevalnega žarka δ_{Zee} je merjeno glede na frekvenco prehoda $F = 4 \rightarrow F' = 5$, odstopanje frekvence črpalnika δ_{rep} pa glede na frekvenco prehoda $F = 3 \rightarrow F' = 3$.

Poglavje 5 Zaključek

V magistrski nalogi sem predstavil razvoj Zeemanovega upočasnjevalnika, s katerim smo v Laboratoriju za hladne atome napolnili prvo magneto-optično past. Upočasnjevalnik je po montaži postal neločljiv del vakuumskega sistema; zaradi njegove zgradbe bi morali postavitev popolnoma razdreti, da bi lahko upočasnjevalnik premestili ali nadomestili z drugačno tuljavo. To na srečo ni potrebno, saj je upočasnjevalnik dobro prestal dolgotrajna pregrevanja sistema in že od prvih poskusov dalje dobro služi svojem namenu.

Od laboratorija sem se poslovil v obdobju, ko se delo na optimizaciji MOT-a še ni končalo. Nadaljnji poskusi so pripeljali do zaključka, da se število ulovljenih atomov v MOT-u poveča, če je frekvenca žarka v upočasnjevalniku nižja od frekvence prehoda $F = 4 \rightarrow F' = 5$. To se je dalo oceniti že iz rezultatov simulacije Monte Carlo, ki so pokazali, da premajhno izstopno polje pri izhodu povzroča znatne izgube, ki jih lahko omilimo z znižanjem frekvence upočasnjevalnega žarka. V primeru, da se bo v prihodnosti pojavila potreba po večjem dotoku hladnih atomov v past, sta najbolj smiselni izboljšavi izvedba prečnega hlajenja pri izhodu iz pečice, s katerim se da povečati pretok atomov skozi šobo, ter namestitev dodatne tuljave ob izhod upočasnjevalnika, s katero bi lahko povečali izstopno polje.

Literatura

- D. J. Wineland, R. E. Drullinger in F. L. Walls, "Radiation-pressure cooling of bound resonant atoms", Phys. Rev. Let. 40, 1639 (1978).
- W. D. Phillips, "Laser cooling and trapping of neutral atoms", Rev. Mod. Phys. 70, 721 (1998).
- [3] J. Prodan, W. Phillips in H. Metcalf, "Laser deceleration of an atomic beam", Phys. Rev. Lett. 48, 596 (1982).
- [4] H. J. Metcalf, P. van der Straten, Laser Cooling And Trapping (Springer-Verlag, New York, 1999).
- [5] I. Bloch, J. Dalibard in W. Zmerger, "Many-body physics with ultracold gases", Rev. Mod. Phys. 80, 885 (2008).
- [6] M. Greiner et. al., "Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms", Nature 415, 39 (2002).
- [7] N. Goldman *et. al.*, "Light-induced gauge fields for ultracold atoms", Rep. Prog. Phys. 77, 126401 (2014).
- [8] M. C. Beeler *et. al.*, "The spin Hall effect in a quantum gas", Nature 498, 201 (2013).
- [9] Spletna stran Laboratorija za hladne atome, ultracool.ijs.si (citirano 1. 9. 2017).
- [10] A. Einstein, "The quantum theory of radiation", Phys. Zeit. 18, 121 (1917).
- [11] C. J. Foot, *Atomic physics* (Oxford University Press, New York, 2005).
- [12] D. A. Steck, "Cesium D Line Data", (1998), citirano 1. 9. 2017, dostopno na http://steck.us/alkalidata/cesiumnumbers.1.6.pdf.
- [13] T. Weber, Bose-Einstein condensation of optically trapped cesium, doktorska disertacija, University of Innsbruck, Faculty of Mathematics, Computer Science and Physics, Innsbruck (2006).
- [14] M. Gustavsson, A quantum gas with tunable interactions in an optical lattice, doktorska disertacija, University of Innsbruck, Faculty of Mathematics, Computer Science and Physics, Innsbruck (2008).
- [15] dr. Erik Zupanič, osebna korespondenca.

- [16] A. Mosk, Tutorial on experimental physics of ultracold gases. Objavljeno v: W. Weidemüller, C. Zimmermann (urednika), Cold atoms and molecules (Wiley-VCH, Weinheim, 2009).
- [17] N. Ramsey, *Molecular beams* (Oxford University Press, London, 1985).
- [18] P. A. Molenaar *et. al.*, "Diagnostic technique for Zeeman-compensated atomic beam slowing: Technique and results", Phys. Rev. A 55, 605–614 (1997).
- [19] M. A. Joffe *et. al.*, "Transverse cooling and deflection of an atomic beam inside a Zeeman slower", J. Opt. Soc. Am. B 10, 2257–2262 (1993).
- [20] T. E. Barret *et. al.*, "Slowing atoms with σ^- polarized light", Phys. Rev. Lett. **67**, 3483 (1991).
- [21] B. Engeser, A novel surface trapping apparatus for ultracold cesium atoms and the investigation of an Efimov resonance, doktorska disertacija, University of Innsbruck, Faculty of Mathematics, Computer Science and Physics, Innsbruck (2006).
- [22] D. J. McCarron, S. A. King in S. L. Cornish, "Modulation transfer spectroscopy in atomic rubidium", Meas. Sci. Technol. 19, 105601 (2008).
- [23] P. Kos in N. Janša, "Zeeman shifted modulation transfer spectroscopy in atomic cesium", (2014), citirano 1. 10. 2017, dostopno na http://ultracool.ijs.si/ files/research/MTS_Zeeman.pdf.
- [24] E. A. Donley et. al. "Double-pass acousto-optic modulator system", Rev. Sci. Instrum. 76, 063112 (2005).
- [25] T. Mežnaršič, *Lasersko hlajenje cezijevih atomov*, magistrsko delo, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za matematiko in fiziko, Ljubljana (2016).